QUELLES FORMULATIONS POUR LES SAVOIRS DE GÉOMÉTRIE À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE?

Sophie GOBERT
IUFM des Pays de la Loire

L'institution - programmes et instructions officielles - demande aux professeurs des écoles de prendre en compte le langage et les pratiques langagières dans les différentes disciplines. L'angle est très large : langage du maître, langage des élèves, études sur le vocabulaire, la syntaxe, les types de textes, lectures ou productions d'écrits… Le paragraphe introductif « *Parler, lire et écrire en Mathématiques* » du document d'application des programmes[1] permet d'avoir une vision large et structurée de ces questions.

Dans ce vaste champ de réflexion, nous allons situer notre propos sur les apprentissages en géométrie à l'école primaire et sur l'adaptation des formes du langage des enseignants aux contraintes ontogénétiques des élèves du premier degré. Le contenu de cet article portera ainsi sur **les formulations en géométrie, que leur fonction soit d'exprimer, d'expliquer, de définir ou d'institutionnaliser des notions où l'usage d'un vocabulaire spécifique est avéré.** L'étude sera centrée sur les formulations proposées **dans les outils[2] référents des professeurs des écoles** (à savoir programmes et manuels scolaires)**.** Notre analyse cherche à faire évoluer le regard des enseignants sur la multiplicité des formulations qu'ils peuvent utiliser, ainsi que sur les aides apportées par certaines expressions langagières pour enseigner des savoirs.

A cet effet, nous préciserons le contexte de notre recherche et proposerons deux éléments d'analyse : l'étude de l'explicitation des savoirs et l'étude des énonciations de savoirs. Nous illustrerons cet apport théorique en géométrie.

Savoirs géométriques : un vaste champ de questionnements

Les savoirs de géométrie enseignés à l'école élémentaire sont multiples et parfois difficilement formulables : il s'agit en effet de savoir-faire, savoir-être, savoirs déclaratifs, mais aussi de savoirs relatifs à l'utilisation d'instruments de géométrie comme savoir utiliser un gabarit d'angle droit pour repérer des angles droits dans des polygones ou savoir

[1] Document d'application des programmes de mathématiques, cycle des approfondissements, Scérén CNDP - 2002.

[2] Le mot « outil » est utilisé dans son deuxième sens : « *ce qui permet de faire (un travail)* ». Dictionnaire Le Petit Robert 2006. Toutes les définitions citées dans la suite de l'article sont extraites de ce dictionnaire.

que, pour vérifier un alignement, on peut utiliser une règle. Ils peuvent même concerner le « métamathématique » lorsqu'il s'agit de savoir différencier dans un dessin utilisé en géométrie les propriétés spatiales et visuelles du dessin d'une part, et ses propriétés géométriques d'autre part (Gobert 2001). Il existe par ailleurs des savoirs relatifs au rapport des élèves à la géométrie. Savoir que « la géométrie est utile pour résoudre des problèmes spatiaux » ou savoir que « démontrer c'est construire un discours respectant certaines règles », en sont des exemples particulièrement développés par M-H. Salin et R. Berthelot (1994, 2000). Ces derniers ont, de plus, mis en évidence l'importance des connaissances spatiales dans les apprentissages, questionnant l'articulation de celles-ci avec les connaissances de géométrie.

Dans cet article, nous allons considérer les savoirs de géométrie décrits dans les programmes de l'école élémentaire, en nous restreignant à ceux qui admettent une formulation permettant de définir ou décrire des objets ou propriétés géométriques. Nous nous pencherons en particulier sur les notions des cycles 2 et 3 suivantes[3] :

- Relations et propriétés : alignement, angle droit (*perpendicularité)*, axe de symétrie (*symétrie axiale*), égalité de longueurs, *parallélisme* ;
- Solides : cube, pavé droit *(parallélépipède rectangle)* ;
- Figures planes : triangle *(et cas particuliers)*, carré, rectangle, *losange*, cercle.

La question qui va nous intéresser est la suivante : comment introduire et formuler ces savoirs ? Est-il si facile de s'accorder sur **des mots pour dire** ce qu'est un triangle par exemple ? Les quelques extraits qui suivent reprennent des échanges que nous avons eu avec des enseignants dans le cadre de formations initiale et continue et soulignent à quel point tout ne va pas de soi, même dans un cadre supposé parfaitement agencé en définitions et propriétés comme la géométrie :

- *« En maternelle, peut-on dire d'un triangle que c'est un polygone à trois côtés ? »*
- *« Peut-on dire que c'est trois pointus ? »*
- *« C'est une forme avec trois côtés droits ? »*
- *« Le mot côté ne contient-il pas l'idée de rectitude déjà ? »*
- *« Est-ce une forme, une figure, un objet, un dessin… ? »*
- *« Ne vaut-il pas mieux définir à partir des trois angles, en lien avec ce qu'on entend du mot triangle ?… »*

Autres exemples de questions : que formule et peut formuler un enseignant sur l'alignement dans une classe de CP ? Définit-il la droite, le point, le segment ? Les programmes suggèrent d'établir cette notion d'alignement en relation avec l'instrument « règle ». Mais ce qu'il peut en dire et la manière de le dire restent à son initiative. Privilégiera-t-il « *on vérifie l'alignement de points avec une règle* » à « *des points sont alignés quand on peut tracer une ligne droite (un trait) avec la règle qui touche tous les points* » ? Ou d'autres choses encore…

Nous entrevoyons ici les problématiques récurrentes à l'enseignement de la géométrie. Quel est le statut d'un objet de la géométrie : un objet conceptuel, un objet de l'espace sensible, ou un objet entre ceux-là ? Quel est le lien entre cet objet et ses diverses représentations ? Quel est le lien entre cet objet et des instruments techniques associés. Quel est le lien entre cet objet et d'autres objets auxquels la définition renvoie ? Ainsi que dit-on ? Comment le dit-on ? Pour qui le dit-on[4] ?

---

[3] Les notions et le vocabulaire introduits au cycle 3 sont écrits en italique.
[4] Et ce « on » qui est-ce ?

S'il est avéré que la géométrie se structure en un champ disciplinaire pour des experts, si elle se définit selon des théories qui permettent de repenser sa genèse savante, il est tout aussi clair que l'approche de ce domaine avec des enfants de trois à onze ans impose de **penser la genèse didactique de ses fonctions, de ses objets et de leur organisation.**

Nous choisissons d'entrer dans ces questions par « ce qui est formulé des savoirs en jeu, par le maître et pour des élèves ». Les formulations pour les savoirs de géométrie à l'école élémentaire sont multiples ; elles influent sur les conceptions des élèves des objets de la géométrie, et le maître, par les choix qu'il fait, engage ces derniers dans tel ou tel rapport à la géométrie. Trois points de vue complémentaires, à la disposition de l'enseignant, peuvent orienter ses choix :

- le caractère évolutif des définitions ; en effet, dans les premières années d'apprentissage, l'objet géométrique est avant tout un ensemble d'objets de l'espace sensible, avant d'être un objet de discours dans le secondaire, puis, plus tard, un objet théorique ;
- les représentations des objets de la géométrie sont multiples et traduisent aussi une évolution des connaissances : objets spatiaux, spatio-graphiques, fixes ou animés, avec des vides, des pleins, des traits…
- les situations de rencontre et d'utilisation de ces objets évoluent également avec l'avancée des apprentissages, qu'il s'agisse de situations de familiarisation, d'institutionnalisation, d'argumentation, de recherche…

Revenons à notre questionnement : comment l'enseignant peut-il orienter ses choix en terme de formulation pour l'enseignement de la géométrie au regard des documents d'application et d'accompagnement des programmes et autres manuels scolaires ? Ces documents peuvent-ils seulement lui apporter des éléments en la matière ?
Le paragraphe suivant propose un regard sur les programmes. Nous examinerons par la suite des manuels scolaires.

Regard sur les programmes

Voici un extrait des documents d'application des programmes de mathématiques concernant l'apprentissage de la notion d'axe de symétrie pour le cycle 2 et de la symétrie axiale au cycle 3.

Pour le cycle 2[5]

Compétences	Commentaires
- percevoir un axe de symétrie d'une figure - vérifier par pliage si une figure a un axe de symétrie - produire le symétrique d'une figure par rapport à une ligne droite par pliage	La symétrie fait l'objet d'une première approche au cycle 2, à l'occasion d'activités telles que l'agencement d'objets géométriques (puzzles, cubes), la réalisation de frises ou de ribambelles, le classement de figures selon l'existence d'axes de symétrie. Quelques activités, où il s'agit de reconnaître un axe de symétrie ou de compléter une figure par symétrie, peuvent être proposées, sur un quadrillage à mailles carrées, les axes de symétrie correspondant à des lignes du quadrillage.

[5] Documents d'application des programmes, Mathématiques Cycle 2, Scérén – CNDP 2002, pages 26-27

Pour le cycle 3[6] :

Compétences	Commentaires
- percevoir qu'une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie - vérifier, en utilisant différentes techniques (pliage, papier calque, miroir) qu'une droite est axe de symétrie d'une figure - compléter une figure par symétrie axiale en utilisant des techniques telles que pliage, papier calque, miroir - tracer sur papier quadrillé la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite donnée - utiliser à bon escient le vocabulaire : [...] figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite donnée	L'étude systématique de la symétrie axiale relève de la sixième. Au cycle 3 il s'agit de fournir l'occasion aux élèves d'étendre leur champ d'expériences sur cette transformation et de mettre en œuvre quelques-unes de ses propriétés. Les activités conduites peuvent prendre appui sur l'analyse ou la réalisation d'assemblages, de frises, de pavages, de puzzles, en utilisant différentes techniques : pliage, calque, miroir, gabarits. Les activités sont l'occasion de mettre en évidence des phénomènes de déplacement, avec ou sans retournement, et ainsi de rencontrer d'autres transformations. L'utilisation de l'ordinateur (logiciels de dessin, imagiciels) permet d'enrichir le champ d'expériences des élèves. Des activités de tracé à main levée de figures symétriques d'une figure donnée sont également proposées. La construction du symétrique d'un point avec règle et équerre relève du collège.

Les compétences en termes d'action sont bien explicitées. Relativement aux objectifs d'apprentissage exposés dans la première colonne, des informations sur les activités à mettre en œuvre sont données (informations nouvelles par rapport aux programmes précédents). En revanche, nous ne trouvons pas d'explicitation de ce qu'est « un axe de symétrie », « une figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite donnée ». Dans cet exemple, les formulations du savoir ne sont pas explicitées, bien que le vocabulaire en question soit à connaître par des élèves de cycle 3.

Nous laissons le soin au lecteur, en parcourant les programmes, de prendre conscience que cette absence d'explicitation n'est pas un phénomène isolé propre à la symétrie axiale. Il s'agit en effet d'une caractéristique des consignes officielles que de ne pas expliciter les savoirs pour la plupart des notions. Il est vrai qu'en amont les programmes stipulent : « *Les activités du domaine géométrique ne visent pas des connaissances formelles (définitions), mais des connaissances fonctionnelles* »[7].

Toutefois, il paraît fondamental d'éviter une erreur d'interprétation de cette phrase. Les mots et expressions pour énoncer les savoirs ne se résument pas aux « connaissances formelles » habituellement attachées aux concepts de la géométrie. L'absence d'un objectif d'apprentissage de définitions, pointé dans la citation précédente, ne signifie pas l'absence de ces mêmes définitions dans les mises en œuvre des situations.

Tout ce qui, dans le discours du maître, définit, explique, explicite, cerne, énonce, clarifie, instruit une connaissance ou un savoir, quel que soit le moment de l'énonciation, est important : cela relève de ce que nous appelons « les formulations pour dire des savoirs de géométrie ». Le paragraphe suivant mettra en évidence la diversité de ces expressions langagières, et en particulier le fait que les formulations instituées en classe ne sont

[6] Documents d'application des programmes, Mathématiques Cycle 3, Scérén – CNDP 2002, pages 31-32.

[7] ibid, page 30

réductibles ni aux institutionnalisations courantes, ni aux énoncés de connaissances formelles, ni aux traces écrites, ni même aux « *je retiens bien* » d'un manuel.

Nous tenons à souligner une orientation des nouveaux programmes dans la direction d'explicitation des connaissances, dans le cas particulier des sciences. Dans « l'enseignement des sciences à l'école », il existe un document d'application appelé « fiches connaissances »[8]. Ces fiches sont structurées selon les paragraphes suivants :

- Titre de la notion
- Extrait du programme
- Difficultés provenant des liens avec le vocabulaire courant
- Difficultés provenant des idées préalables des élèves
- Quelques écueils à éviter lors des observations et des manipulations
- Connaissances
- Pour en savoir plus
- Réinvestissement
- Notions liées.

Elles répondent à la demande que peuvent avoir des enseignants polyvalents et non experts d'une discipline afin de maîtriser les objets et enjeux de l'enseignement de telle ou telle notion. L'introduction de ce document d'application, reproduite ci-dessous, permet de repérer des éléments pour préciser davantage notre propos[9] :

> « *Ces fiches s'efforcent d'**exprimer, en des termes accessibles à des élèves scolarisés à l'école élémentaire**, les principales connaissances scientifiques sous-jacentes aux différents chapitres du programme « Découvrir le monde » (cycle des apprentissages fondamentaux) et « Sciences et technologie » (cycle des approfondissements).*
>
> *Ces fiches ne constituent en aucune manière un manuel d'enseignement des sciences à l'école primaire. Notamment la démarche pédagogique, les choix de situations concrètes servant de support à l'activité, la description et la réalisation d'expériences sont délibérément absents de ces documents. Il est clair en particulier que le paragraphe « connaissances » de chaque fiche ne prend sens pour les élèves que lorsqu'ils construisent ces connaissances au cours de la démarche pédagogique active guidée par le maître. […]*
>
> *Conçues comme un outil d'aide au travail des enseignants et des équipes pédagogiques, **certaines fiches peuvent, dans leur partie « connaissances », apporter une aide pour élaborer avec les élèves la formulation des conclusions résultant des activités d'investigation menées en classe.** Chaque fiche recense également quelques difficultés provenant des liens ou des confusions entre les termes employés dans le domaine scientifique et le vocabulaire courant. Ces liens constituent souvent un obstacle à la compréhension par les élèves des résultats obtenus lors de la démarche scientifique. […]* »

C'est bien de « formulation des connaissances »[10] dont il s'agit. L'orientation de ces fiches vers des propositions explicites de formulations pour la classe est clairement affirmée. Notre propos s'inscrit dans cette voie pour le cas des connaissances mathématiques. Bien que l'entreprise soit ambitieuse, nous espérons que les professeurs des écoles disposeront aussi de « fiches connaissances » pour les savoirs mathématiques à enseigner à l'école primaire.

---

[8] Documents d'application des programmes, Fiches connaissances, Cycle 2 et 3, Scérén – CNDP, 2002.

[9] C'est nous qui soulignons en gras.

[10] Nous n'avons pas distingué dans cet article « savoir » et « connaissance ». Cette distinction ne semble pas à faire pour le moment mais constituera sans doute un aspect à dénouer pour avancer ultérieurement.

Laissons là maintenant les programmes pour nous intéresser à un autre outil de l'enseignant dans la mise en place de ses progressions et situations : les manuels scolaires.

Différents types de formulations de savoirs

Deux critères d'analyse des formulations

Dans les ouvrages retenus, nous allons étudier les **informations, formulations et propositions d'explication, relativement à un savoir**, faites par les auteurs **à destination de l'enseignant pour un usage dans sa classe**.
Une première lecture de livres du maître a permis d'identifier deux critères d'analyse pertinents pour la caractérisation des formulations de savoirs. Il s'agit de :

- **la présence ou l'absence d'une proposition d'*explicitation du savoir***
- **la présence ou l'absence d'une proposition d'*énonciation*[11] *par le maître***

Nous allons illustrer ces deux critères par des extraits, concernant la notion d'axe de symétrie, issus des manuels de CE1 des collections Diagonale, Nouvel Objectif Calcul et Cap Maths[12]. Ces manuels correspondent à des périodes différentes. Cela n'est pas gênant pour l'étude qui nous intéresse. En effet, nous cherchons à élaborer des critères réutilisables pour l'analyse de tout manuel, actuel ou ancien. Regardons à la lumière de nos deux critères, les informations fournies par les auteurs des trois manuels, pour aider l'enseignant à expliciter ce qu'est un axe de symétrie.

- *Diagonale* (Livre du maître p. 200)
  Suite à la tâche « *Complète comme si tu pliais la feuille autour du trait rouge* » :
  « *montrer qu'une seule partie du dessin est coloriée ou dessinée. Indiquer que l'on pourrait plier autour du trait rouge (on dit que c'est l'axe de symétrie de la figure complète)* ».

- *Nouvel Objectif Calcul* (Livre du maître p. 159)
  Après l'activité :
  « *conclure avec les enfants : Quand on plie une figure avec un axe de symétrie, les deux parties obtenues se superposent exactement.* »

- *Cap Maths* (Livre du maître p. 221)
  En synthèse de l'activité :
  « *Pour certaines figures, on peut plier le papier de façon à ce que deux parties de la figure se superposent (trait sur trait) ; ce trait s'appelle « axe de symétrie de la figure ». Certaines figures n'ont pas d'axe de symétrie […], d'autres en ont plusieurs […]* »

L'énoncé extrait de Diagonale est typique d'un énoncé utilisant le vocabulaire adapté à une notion, mais sans explicitation du savoir en question ; les auteurs parlent bien de pliage mais, ils ne disent rien du lien entre ce pliage et le trait rouge appelé axe de symétrie.
A l'inverse, les propositions du Nouvel Objectif Calcul et de Cap Maths sont très explicites sur le savoir en question. Elles constituent selon nous des « définitions » de ce qu'est un axe de symétrie pour une figure. Il est intéressant de remarquer d'ailleurs les différences

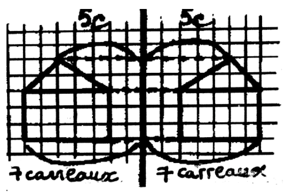
---

[11] Enonciation : « 1. Action d'énoncer./ 2. Ling. Production individuelle d'une phrase dans des circonstances données de communication ». Enoncer : « exprimer en termes nets, sous une forme arrêtée (ce qu'on a à dire). »
[12] Diagonale (Maths en Herbe), 1992, Nathan ; Nouvel Objectif Calcul, 1998, Hatier ; Cap Maths, 2001, Hatier.

d'implication, de syntaxe ou de vocabulaire pour ces deux énoncés portant sur le même savoir.
Par ailleurs, les énonciations proposées sont bien à l'usage du maître en classe, elles constituent un « discours du maître », tandis que ce discours reste à sa charge dans le manuel Diagonale.

Analyse croisée

Le croisement de ces deux critères permet de faire apparaître plus clairement différents types de formulations de savoir dans les manuels. Considérons par exemple le tableau suivant où seuls apparaissent les énoncés portant sur la tâche « *compléter une figure sur quadrillage pour que le trait marqué en soit un axe de symétrie* » :

	Absence d'une proposition d'énonciation par le maître	**Proposition d'une énonciation par le maître**
Absence d'une proposition d'explicitation du savoir	« *La deuxième mise en commun donne lieu à un bilan des réussites et des méthodes utilisées. Un tracé fait au tableau par un élève sur une des étiquettes agrandies permet d'expliciter les procédures possibles de construction. On ne cherchera pas à privilégier la procédure qui consiste à placer d'abord les symétriques des sommets. Toute démarche correcte qui s'appuie sur le repérage et le comptage des carreaux est acceptée.* » (Cap Maths, livre du maître p. 260)	« *Pour compléter le dessin on peut se repérer sur le quadrillage, à partir du trait rouge.* »  (Diagonale, fichier de l'élève p. 103, nous n'avons rien trouvé dans le livre du maître)
Proposition d'une explicitation du savoir	Un exemple pour ce type de formulation sera donné ultérieurement, nous n'en avons pas trouvé concernant la notion « axe de symétrie »	« *Pour compléter un dessin par symétrie par rapport à un axe sur quadrillage, on repère un point déjà dessiné, on compte les carreaux qui le séparent de l'axe et on place de l'autre côté de l'axe un point à la même distance de l'axe et sur le même trait du quadrillage.* » (Nouvel Objectif Calcul, livre du maître p. 159)

Ces trois formulations réfèrent au même savoir-faire - compléter par symétrie un dessin par rapport à un axe sur quadrillage- mais n'énoncent pas la même chose.
Dans le Nouvel Objectif Calcul, les savoirs liés au respect de la distance à l'axe et à la perpendicularité sont explicités en termes simples, sont contextualisés, et leur clarification est présente dans une proposition d'énonciation par le maître.
Dans le manuel Cap Maths, la mention des procédures ne permet pas de rendre explicite le savoir en jeu. L'expression « *repérage et comptage des carreaux* » ne précise pas le lien avec le savoir sous-jacent ; celui-ci est présent, annoncé, sans être explicité.
Dans le manuel Diagonale, une énonciation pour la classe est proposée, mais aucun savoir n'est clarifié dans le « discours du maître ». « *On peut se repérer sur le quadrillage* » ne dit rien des savoirs en jeu pour se repérer. Nous faisons l'hypothèse que les auteurs du

manuel ont utilisé l'image comme moyen d'explicitation du savoir. Or une image montre ce que celui qui la regarde y voit, en fonction de ses connaissances et de ses expériences. Il est donc nécessaire pour l'enseignant de s'assurer que ses élèves accèderont à une explicitation commune. Cela reste à la charge de l'enseignant.

Pour la catégorie absente du tableau précédent - i.e. formulation explicite sans proposition d'une énonciation par le maître - nous proposons ci-dessous un extrait du manuel Cap Maths pour une tâche proche de la précédente (compléter une figure pour que le trait marqué en soit un axe de symétrie, tâche effectuée sur papier blanc ou pointé).

	Absence de proposition d'une énonciation par le maître
Proposition d'une explicitation du savoir	*Les propriétés des figures symétriques pourront être explicitées oralement, en lien avec l'idée de pliage :* – *égalité de longueurs ;* – *orientation des segments ;* – *égalité des distances à l'axe.* *On pourra exprimer si besoin que la partie manquante est « pareille » que celle tracée, mais en vis-à-vis ou retournée.* (Cap Maths)

On y repère bien les savoirs explicites, c'est-à-dire les propriétés de la symétrie axiale. La forme est du type « information pour le maître » et non pas « formulation pour la classe ». Cela est à mettre en relation avec la formulation « *pourront être explicitées* » laissant l'initiative et la responsabilité au maître à la fois de parler de ces propriétés et d'élaborer son discours pour en parler.

Le croisement de nos deux critères d'analyse nous fait distinguer quatre catégories de formulations :
- des formulations sans proposition d'explicitation du savoir, et sans proposition d'énonciation par le maître ;
- des formulations sans proposition d'explicitation du savoir, avec proposition d'énonciation par le maître ;
- des formulations avec proposition d'explicitation du savoir, sans proposition d'énonciation par le maître ;
- des formulations avec proposition d'explicitation du savoir et proposition d'énonciation par le maître.

Ces critères et les catégories de formulations associées peuvent constituer un outil pour :
- le travail de clarification des « mots pour dire » des savoirs en classe,
- l'analyse didactique de manuels ou tout autre document pédagogique relatif à l'enseignement de la géométrie à l'école primaire à disposition des enseignants et formateurs.

Etude d'un manuel : Cap Maths CE1

Nous avons choisi d'analyser le manuel Cap Maths CE1. L'étude précédente concernant la symétrie axiale, ainsi que l'utilisation régulière que nous faisons des manuels scolaires en formation initiale et continue, nous ont montré que cet ouvrage est explicite sur les savoirs à enseigner à l'école élémentaire et riche en propositions d'énonciation.
Etudier un manuel de CE1 présente un double intérêt : d'une part le niveau correspond au début des apprentissages sur les relations et propriétés des figures planes et des solides -

avec des exigences de fin de cycle explicites dans les programmes -, d'autre part le nombre d'énoncés reste raisonnable pour la constitution du corpus.

Analyse du livre du maître

Nous avons rassemblé les formulations repérées dans l'ouvrage dans les tableaux d'analyse croisée ci-dessous, au sujet des groupes de mots suivants (qui ne sont pas donnés a priori mais correspondent au choix du manuel) :

- polygones, côtés, sommets, triangles, quadrilatères ;
- carrés, rectangles, angles droits ;
- solides, arêtes, sommets (le tableau pour ce dernier groupe de mots est reproduit en annexe).

Nous indiquons, pour chaque tableau, les activités relatives à la tâche des élèves. Elles portent les numéros 1, 2,… respectant la chronologie. Les a, b, c, … correspondent à l'ordre d'apparition des formulations pour l'activité concernée. Les guillemets et la mention « suite » indiquent une continuité dans la phrase citée. Les pages du guide pédagogique sont indiquées.

Polygones – Côtés – Sommets – Triangles – Quadrilatères

Activités en pages 172-173

Poser des questions pour retrouver une figure choisie par l'enseignant (jeu du portrait), à partir de vingt-deux figures (polygones et non polygones, convexes et concaves, nombres de côtés variés). -

	Absence d'une proposition d'énonciation par le maître	**Proposition d'une énonciation par le maître**
Absence d'une proposition d'explicitation du savoir	**b suite)** *« En ce qui concerne les polygones, l'enseignant précise le vocabulaire lié à ces figures (côté, sommet)… »* p. 173	**extrait de a)** *« Les « bords droits » et les « bords arrondis » »*
Proposition d'une explicitation du savoir	**a)** (En commentaire) *« L'objectif principal est ici la mise en évidence des propriétés qui caractérisent les figures planes :* - *la frontière en ligne brisée ou arrondie […] « bords droits » [… et ...] « bords arrondis » ;* - *Le nombre de côtés pour les polygones […]* - *La convexité, si elle apparaît […] « une partie qui rentre » car on peut joindre 2 sommets par un trait qui est à l'extérieur de la figure. »* pp. 172-173	**extrait de a)** *« « une partie qui rentre » : on peut joindre 2 sommets par un trait qui est à l'extérieur de la figure. »* pp. 172-173 **b)** *« La mise en commun a pour objet les propriétés reconnues des formes :* *- certaines sont arrondies, d'autres pas ;* *- certaines ont été entièrement tracées à la règle, ce sont des polygones. »* p. 173 ***b suite)*** *« ... et que certains polygones ont 3, 4, 5 ou 6 côtés (ou plus). On peut remarquer qu'ils ont alors le même nombre de sommets. Ceux qui ont trois côtés sont appelés triangles, ceux qui en ont quatre sont les quadrilatères. Tous les triangles et tous les quadrilatères n'ont pas la même forme. »* p. 173

Carrés – Rectangles – Angles droits

	Absence d’une proposition d’énonciation par le maître	**Proposition d’une énonciation par le maître**
Absence d’une proposition d’explicitation du savoir	**1a)** (En commentaire p 238) « *Il s’agit ici, en résolvant des problèmes de construction, de prendre conscience des propriétés du carré et du rectangle relatives à la longueur de leurs côtés.* »	
	1b) « *La mise en commun permet de revenir sur certaines erreurs et sur les propriétés à mettre en œuvre pour être sûr de construire un carré ou un rectangle : respecter les longueurs des côtés et suivre les lignes du quadrillage.* » p. 238	
	2) « *La mise en commun permet de revenir sur certaines constructions qui ont posé problème. A l’aide d’un exemple, l’enseignant montre comment mesurer et construire à l’aide du double-décimètre.* » p. 238	
	3) (En commentaire) « *L’objectif de cette séance est de comprendre que carrés et rectangles ont des angles particuliers…* »	**3 suite)** « … *(ou que leurs côtés sont « droits » ou « penchés par rapport à un autre d’une certaine façon »).* » p. 243
Proposition d’une explicitation du savoir		**1b suite)** « *On en conclut que : dans un carré, les 4 côtés ont la même longueur ; dans un rectangle, les côtés opposés ont la même longueur.* » p. 238
	4) « *Le bilan [de l’activité] porte sur la mise en évidence de l’équivalence ou la superposabilité des « coins » des carrés, des rectangles et d’autres…* » **5)** (En commentaire) « *En gardant comme référence que l’angle droit est le coin de n’importe quel carré ou rectangle, on peut mettre en évidence qu’il y a plusieurs gabarits possibles pour l’angle droit.* » p. 244	**4 suite)** « *... (tous les carrés et les rectangles ont des « coins particuliers » tous pareils).* *Ces « coins » particuliers s’appellent « des angles droits ». Un carré ou un rectangle a 4 angles droits. Pour les reconnaître dans une figure, on utilise un gabarit d’angle droit. La figure 1 [un carré sur quadrillage] peut servir de gabarit, mais il en existe d’autres qui ont des formes différentes […].* » p. 244 *« Synthèse par l’enseignant »* « *Le rectangle a ses côtés opposés de même longueur et quatre angles droits, le carré a aussi quatre angles droits. Pour reconnaître un angle droit dans une figure, on utilise un gabarit. Un carré en carton peut être utilisé comme gabarit d’angle droit.* » p. 249

Activités en page 238

- Activité 1 : construire au moins trois carrés et trois rectangles différents, sur une feuille de papier quadrillé.
- Activité 2 : finir des constructions de carrés et rectangles sur papier blanc.

Activités en pages 243-244

- Activité 3 : trouver parmi six figures, celles qui sont des carrés ou des rectangles et celles qui n'en sont pas.
- Activité 4 : trouver des arguments pour expliquer pourquoi une figure est un carré ou un rectangle, ou n'en est pas un.
- Activité 5 : trouver parmi des figures, celles qui pourraient être utilisées comme gabarit d'angle droit.

Revenons sur un point préalablement abordé, apparaissant plus clairement à la lecture de ces tableaux : **les formulations instituées en classe ne sont pas réductibles aux institutionnalisations courantes, énoncés de définitions ou de connaissances formelles.**
Les formulations repérées dans le livre du maître, avec proposition d'énonciation, **instituent** un savoir ou une connaissance c'est-à-dire **l'établissent d'une manière durable**. Ces éléments sont énoncés dans la classe à différents moments, parfois dès l'entrée dans la situation didactique (pour un exemple voir 1b et 2a pour « les solides » en annexe). Le plus souvent, ils le sont lors de mises en commun, conclusions et bien sûr lors de synthèses.
Par ailleurs, ces formulations sont très diverses. Comme exposés précédemment, les éléments suivants interviennent dans cette diversité :

- absence d'explicitation ou explicitation complète ;
- un rapport très variable aux images ou aux objets qui accompagnent l'activité, prenant parfois en charge l'explicitation ;
- un recours au sens commun du langage courant qui n'est pas stable, évoluant parfois au cours même de la séance.

Revenons maintenant à la caractérisation de nos différentes catégories.

Caractérisation des catégories de formulations

Nous allons illustrer et généraliser les quatre catégories de formulation obtenues précédemment.

Des formulations sans explicitation de savoir, sans proposition d'une énonciation par le maître

Ces formulations concernent soit l'introduction par le maître d'un vocabulaire nouveau, sans autre indication que les mots eux-mêmes, soit des techniques, méthodes ou procédures que les élèves peuvent exposer, mais sans élément de clarification.

Dans cette catégorie se retrouvent donc des formulations du type : « *on introduit alors la notion de…* », « *on s'attachera à distinguer…, à bien faire comprendre ce qu'est…* », « *on fait le bilan des méthodes, les élèves expliquent leur démarche…* », « *la mise en commun permet de revenir sur certaines erreurs et sur les propriétés…* », « *les élèves doivent comprendre le sens du mot…* ». Ce sont des prescriptions en terme d'objet ou d'objectif, dont le contenu et la forme sont laissés à la charge de l'enseignant.

Des formulations sans explicitation de savoir, avec proposition d'une énonciation par le maître

Il s'agit de formulations laissant dans l'implicite des éléments de clarification des connaissances visées. Par exemple : « *les bords droits* » ou « *les bords arrondis* » pour la notion de côté, « *un solide est déterminé par la forme de ses faces* » ou « *on peut reconnaître un solide à partir du dessin de ses faces* ». Cette dernière expression est une énonciation qui institue un lien entre un objet et des représentations de ses éléments, sans en indiquer la nature et les propriétés. En général, d'autres éléments prennent en charge l'explicitation, tels que la référence à des évidences, le recours au langage courant, les images ou objets présents dans le milieu matériel de la situation.
Dans l'exemple, déjà évoqué, sur la complétion d'une figure pour qu'elle admette un axe de symétrie, les auteurs proposent une formulation par le maître pour laquelle les mots ne prennent pas en charge l'explicitation du savoir (équidistance à l'axe, sur une même ligne du quadrillage). Ils laissent à l'image le soin de porter cette responsabilité : le dessin est chargé de montrer le savoir. Il faudrait alors étudier comment le discours peut en effet être déchargé d'une partie de sa fonction explicative au profit du dessin, en évitant les pièges de l'ostension (Fregona 1995, Salin et Berthelot 1992).
Il est délicat de saisir les nuances dans les choix des auteurs entre raccourci pédagogique et nécessité didactique. Il semble cependant que beaucoup de ces ouvrages soient plutôt du côté des raccourcis non nécessaires.

Des formulations avec explicitation de savoir, sans proposition d'énonciation par le maître

Un exemple est donné en page 36 concernant les propriétés de la symétrie axiale.

Dans le manuel Cap Maths, ces formulations portent sur un nombre restreint de propriétés des notions travaillées. Elles sont en petit nombre, la principale raison résidant dans le choix délibéré des auteurs de produire le plus fréquemment possible des aides à la formulation de l'enseignant pour la classe.
Cependant, notre expérience de formateur nous permet de penser que dans d'autres ouvrages nous trouverions au contraire plus d'exemples de ce type. Il s'agit en effet de formulations du type « énoncé de définition » sans que ne soit prise en compte l'adaptation des formes de langage à la compréhension des élèves, c'est-à-dire sans recherche d'une énonciation adaptée à la classe.

Des formulations avec explicitation de savoir, et proposition d'une énonciation par le maître

L'intérêt du manuel Cap Maths est de montrer clairement en quoi les énoncés de savoir ne se résument pas aux définitions des savoirs. On y trouve des définitions, des propriétés, des explications de techniques, des constats perceptifs importants à fixer, des connaissances fonctionnelles.

- Exemples de formulations qui définissent des notions de géométrie
  « Ces « coins » particuliers [tous pareils aux carrés et aux rectangles] s'appellent « des angles droits ». »
  « Certaines [formes] ont été entièrement tracées à la règle, ce sont des polygones. »
- Exemple d'une formulation de propriété géométrique
  « Le rectangle a ses côtés opposés de même longueur et quatre angles droits, le carré a aussi quatre angles droits. »

- Exemple d'une formulation qui explicite une technique
  « Pour reconnaître un angle droit dans une figure, on utilise un gabarit. Un carré en carton peut être utilisé comme gabarit d'angle droit. »
- Exemples de formulations de connaissances liées à des constats perceptifs
  « La mise en commun a pour objet les propriétés reconnues des formes : certaines sont arrondies, d'autres pas ; certaines ont été entièrement tracées à la règle. »
  « Tous les triangles et tous les quadrilatères n'ont pas la même forme. »
  « Certains polygones ont 3, 4, 5 ou 6 côtés (ou plus). On peut remarquer qu'ils ont alors le même nombre de sommets. »
- Exemples de formulations de connaissances fonctionnelles
  « La forme d'un solide qui n'a que des surfaces planes (des faces) est déterminée par le nombre et la forme de ses faces. »
  « On peut poser le solide sur chacune de ses faces et en réaliser un dessin en utilisant la face comme gabarit. »

Le texte pour le maître est écrit de façon compréhensible par les élèves et concerne le savoir dans des aspects liés à des connaissances déclaratives, procédurales, techniques et/ou perceptives. Nous observons également différents degrés de contextualisation ou décontextualisation des formulations proposées dans le manuel Cap Maths, ainsi que différents moments d'énonciation au cours d'une progression. Par exemple, pour la notion d'angle droit, l'évolution des formulations est très nette : à partir des « coins » et « des coins pareils des carrés et des rectangles », le mot et le sens « angle droit » sont introduits par association à des éléments perceptifs familiers des élèves, puis associés rapidement à des instruments (les gabarits), pour être repérés enfin comme propriétés de certaines figures. Nous sommes bien loin d'une définition **formelle** de l'angle droit, pour reprendre l'expression utilisée dans le document d'application des programmes, et pourtant **il s'agit de propositions de formulations pour dire ce savoir de géométrie**. Celles-ci ne se réfèrent pas à l'organisation interne du champ de la géométrie (la notion d'angle droit y serait définie comme cas particulier de la notion d'angle). Cependant ces expressions construisent pour les élèves un sens de la notion, elles en précisent l'idée, elles en donnent des caractéristiques qui leur permettront de la reconnaître et de la rendre fonctionnelle. Il nous semble alors que le mot définition[13] peut être utilisé pour certaines de ces formulations.

Conclusion

La réflexion sur les pratiques langagières relatives aux formulations des savoirs en classe est complexe. Nous avons tenté de faire un premier pas en direction de ce que peuvent signifier « des formulations de savoir », et ceci au moyen de deux éléments d'analyse : l'explicitation et l'énonciation. La lecture du livre du maître Cap Maths CE1 a permis d'illustrer les différentes catégories de formulations obtenues en croisant ces deux critères.

Ce travail permet de disposer d'un outil d'analyse de manuels scolaires ou d'autres documents pédagogiques, du point de vue de la formulation des savoirs en classe. Les formateurs d'enseignants y seront sensibles et les enseignants pourront porter un regard

[13] Définition : « 1. Philos. Opération mentale qui consiste à déterminer le contenu d'un concept en énumérant ses caractères. ♦ Math. Convention logique a priori. / 2. Formule qui donne le sens d'une unité du lexique (mot, expression) et lui est à peu près synonyme. / 3. Action de caractériser, de préciser une idée, une notion. / 4. Audiov. Grandeur caractérisant la finesse des détails reproduits par une image de télévision, une image numérique. »

plus affiné sur les outils qu'ils utilisent pour élaborer leur projet didactique. Cependant l'intérêt majeur de l'étude proposée pour les professeurs des écoles est de clarifier certaines ambiguïtés ou difficultés liées aux prescriptions dans les programmes eux-mêmes :

- La phrase extraite des programmes, plusieurs fois citée dans l'article, opposant « définitions formelles » à « connaissances fonctionnelles » induit un malentendu quant à la nécessité d'instituer des mots et des expressions pour expliciter les savoirs de géométrie à l'école primaire.
- Ce malentendu n'est pas dissipé à cause de l'absence d'explicitation et de propositions d'énonciations dans les instructions officielles.
- Les types de compétences visées par les apprentissages géométriques ne mettent pas directement en avant des formulations de savoirs. Il s'agit de *percevoir des propriétés* sur des figures planes ou des solides, d'*utiliser des instruments* de géométrie pour construire ou reproduire des figures ou pour vérifier la présence de propriétés perçues, d'*utiliser du vocabulaire* de géométrie. Ces verbes d'action ne suggèrent pas d'avoir recours à des expressions et pratiques langagières autour de ces perceptions, ces instruments et ce vocabulaire.
- Enfin, le travail par « résolution de problème » peut être une source de difficulté pour les enseignants quant à la gestion des liens entre le travail de recherche effectif des élèves et la mise en évidence (mise au clair, mise en mots…) des savoirs en jeu dans la situation. Comment s'articulent les différentes connaissances développées par les élèves, connaissances qu'ils peuvent plus ou moins facilement expliciter avec leurs mots, avec les connaissances visées par le maître comme objectifs d'apprentissages ?

Le travail mené peut aider les enseignants à reconsidérer les formulations liées aux apprentissages en géométrie. Ces formulations peuvent en effet porter sur des propriétés, des techniques, des connaissances perceptives, des définitions fonctionnelles… Elles peuvent être explicitées, énoncées, instituées en classe, à différents moments du processus didactique.

Ces formulations peuvent être des leviers pour enseigner des savoirs de géométrie à l'école élémentaire, à condition toutefois de garder à l'esprit cet axiome[14] didactique : *les formulations de savoirs sont liées aux contextes, aux situations, aux personnes et aux structures, aux institutions qui leur donnent naissance et les font vivre.*

A l'intersection des pôles « Maître – Elève – Savoir » du triangle didactique, l'étude d'un nouveau triangle (ou peut-être est-ce un rond !) doit donc être envisagé : « Savoirs (connaissances fonctionnelles) – Formulations (Explication, Enonciations) – Situations (Activités, Progressions) ».

[14] Au sens philosophique : « Vérité indémontrable mais évidente pour quiconque en comprend le sens (principe premier), et considérée comme universelle. »

Références bibliographiques

Berthelot R., Salin M-H., 1992. *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse de doctorat, Université Bordeaux I.

Berthelot R., Salin M-H., 1994. L'enseignement de la géométrie à l'école primaire, *Grand N* n°53.

Berthelot R., Salin M-H., 2000. L'enseignement de l'espace à l'école primaire*, Grand N* n°65.

Fregona D.,1995./ Les figures planes dans l'enseignement de la géométrie/ Thèse, Université Bordeaux I, IREM d'Aquitaine

Gobert S., 2001. *Questions de didactique liées aux rapports entre la géométrie et l'espace sensible, dans le cadre de l'enseignement à l'école élémentaire*, Thèse, Université Denis-Diderot, IREM Paris 7.

Houdement C., Kuzniack A., 2000. Réflexions sur l'enseignement de la géométrie, *Grand N* n°64.

COLLECTIF, 2004. *La place du langage dans les apprentissages mathématiques à l'école,* Brochure IREM Aix-Marseille.

Annexe

Solides – Faces – Arêtes - Sommets

Activité 1 pages 134 - 135 : choisir un solide (parmi un ensemble construit en papier épais) et rédiger un message pour qu'une autre équipe le reconnaisse, ce message ne devant comporter que des dessins.
Activité 2 page 137 : classer des solides de la façon suivante, ceux qui n'ont que des faces planes, ceux qui ont des surfaces non planes.
Activité 3 pages 145 – 146 : poser des questions pour reconnaître un solide choisi par l'enseignant parmi un lot de solides présents (jeu du portrait).

	Absence d'une proposition d'énonciation par le maître.	**Proposition d'une énonciation par le maître.**
Absence d'explicitation du savoir	**1c)** (En commentaire de la mise en commun p135) : « *Dans la discussion on pourra introduire le mot « face ».* » **1e)** (En commentaire, pour une reprise de l'activité p135) : « *On s'attachera à distinguer surface non plane et face plane, à bien faire comprendre ce qu'est une face et qu'un solide est déterminé par la forme de ses faces.* » **3)**(commentaire p146) :« *L'objectif géométrique porte sur la notion de face. Mais le cas échéant l'enseignant introduira le vocabulaire « arête » et « sommet » relatif aux polyèdres.* »	**1d)** (En conclusion de la mise en commun p135) : « *On peut reconnaître un solide à partir du dessin de ses faces.* » **2b)** (En mise en commun p137) : « *A partir du classement des objets en deux ensembles, on arrive aux conclusions suivantes :* - *certains solides, comme la boule, ne peuvent être posés à plat ;* - *d'autres comme les cylindres ou les cônes peuvent être posés à plat sur certaines de leurs surfaces, mais roulent si on les pose autrement ;* - *d'autres n'ont que des surfaces planes, qu'on appelle des faces.* »
Explicitation du savoir	**1b)** (En commentaire p135) : « *L'objectif de la séance est la prise de conscience de ce qui caractérise la forme d'un solide : présence ou non de surface planes, forme (et nombre) des faces planes.* »	**1a)** (Dans la consigne p134) : « *… nous allons travailler avec des objets particuliers. Ce sont des boites fermées, nous les appellerons des solides …* » **2a)**(Dans la consigne p137) :« *Certains solides comme le cylindre ont une surface courbe, ils roulent, on ne peut poser le solide à plat sur cette face, ni donc en réaliser une empreinte. D'autres solides comme le cube n'ont que des faces planes, on les appelle des faces. On peut poser le solide sur chacune de ses faces et en réaliser un dessin en utilisant la face comme gabarit.* » **2b)** p137 «*…d'autres [solides] n'ont que des surfaces planes, qu'on appelle des faces.* » « Synthèse de l'enseignant » p147 : « *Certains solides n'ont que des surfaces planes, d'autres non ; la forme d'un solide qui n'a que des surfaces planes (des faces) est déterminée par le nombre et la forme de ses faces.* »