LES SCHEMAS
DANS LES ACTIVITES DE RESOLUTION DE PROBLEMES

Nathalie MONNIER,
Professeure des Ecoles
Ecole François Mansart - 69 Saint Priest

Cet article est rédigé à la suite du mémoire professionnel élaboré en 2002 par Nathalie Monnier, sous la direction de Sylvie Coppé. Il a pour objet l'étude de l'utilisation des schémas dans les activités de résolution de problèmes de mathématiques à l'école primaire. En ce sens il a un caractère expérimental puisqu'il montre comment les élèves utilisent ou non les schémas plutôt qu'il ne propose des ingénieries didactiques sur la résolution de problèmes.
Suite à l'observation d'élèves qui restaient bloqués devant un problème de mathématiques qu'ils avaient à résoudre, nous nous sommes interrogées sur les aides que l'enseignant pouvait apporter dans cette situation, afin que cette aide ne soit pas trop inductive, mais qu'elle soit suffisante pour débloquer la situation. La première idée qui vient spontanément à l'esprit est de proposer de faire un schéma. En effet, celui-ci est souvent vu, dans l'opinion commune, comme l'outil par excellence permettant d'accéder facilement à la résolution du problème posé. « Fais un schéma » et la solution apparaîtra évidente, telle est l'idée communément admise. De là a surgi cette interrogation sur l'apport des outils de schématisation et sur le type de schémas à proposer aux élèves dans le cadre des activités de résolution de problèmes.
Après avoir apporté des éléments théoriques montrant la complexité de l'activité de résolution de problèmes, puis avoir défini le terme polysémique de « schéma », nous tenterons de catégoriser les différents schémas et de déterminer, à la lumière d'éléments théoriques, quels sont leurs apports, dans le cadre de la résolution de problème.
Puis, après avoir analysé l'utilisation qui est faite des schémas dans les manuels scolaires actuels, nous détaillerons, dans une troisième partie, l'utilisation par les élèves de schémas au travers de situations pratiques dans une classe de CM2. Nous analyserons les résultats obtenus, à la lumière de nos réflexions précédentes et en tirerons quelques conclusions, permettant d'apporter des réponses à notre problématique.

Les schémas dans la résolution de problèmes

L'activité de résolution de problèmes

L'activité de résolution de problèmes est complexe, comme l'ont montré de nombreux auteurs. Par exemple, Jean Julo (1995*)* étudie les processus cognitifs en jeu dans la démarche de résolution. Il montre l'importance du concept de représentation du problème. Il explique que « comprendre quelque chose serait construire une représentation de cette chose », la représentation étant « un ensemble d'éléments solidaires et constituant un tout qui a son fonctionnement et sa logique propre » ; et, se basant sur les éléments apportés par la recherche en psychologie cognitive, il ajoute qu'il s'agit d'une construction progressive, résultant d'un ensemble de processus :

– le processus d'interprétation du contexte et de sélection des informations, qui nous permet de « décoder » les informations, en fonction du contexte sémantique et de nos connaissances antérieures ;
– le processus de structuration, qui structure notre représentation, au fur et à mesure de notre analyse du problème ;
– le processus d'opérationnalisation, qui permet le passage à une action effective ou mentale, par la mise en œuvre de connaissances opératoires antérieures. La mise en œuvre opératoire peut, par l'action qu'elle engage, avoir un effet structurant, en transformant la situation initiale, par la mobilisation de nouvelles connaissances ou la prise en compte d'éléments nouveaux.

Ces processus ne forment pas une démarche linéaire, mais interagissent entre eux pour construire notre compréhension de la situation et de la tâche à effectuer, et engager notre démarche de résolution. Mais le point central dans la résolution de problèmes est bien pour lui la construction-reconstruction de la représentation « particularisée », c'est-à-dire adaptée à la situation particulière que l'on se fait du problème. Dans ce cadre-là, la compréhension de l'énoncé joue en effet un rôle capital, mais qui ne se limite pas à bien « savoir lire » le texte du problème, contrairement à l'opinion de nombreux auteurs (notamment ceux des manuels scolaires). L'interprétation du contexte sémantique est guidée par nos connaissances antérieures et nos habitudes acquises, permettant la construction d'une représentation et du cadre à l'intérieur duquel nous allons chercher une solution. Tout le problème pour l'enseignant est alors de savoir comment intervenir au mieux (ou ne pas intervenir) notamment dans le processus de structuration, pour aider à une bonne représentation du problème traité.

Des propositions d'aide à la résolution de problèmes

Certains didacticiens proposent des solutions pour aider à cette activité de compréhension et d'interprétation. Par exemple, S. Gamo (2001) propose à l'enseignant d'aider l'élève à se construire une représentation du problème, en le poussant à reformuler l'énoncé par la verbalisation ou par l'utilisation de schémas.

A. Descaves (1992) propose de mettre en relation « différents systèmes de représentation (langue naturelle, représentations iconiques, matériels, écrits mathématiques), source d'enrichissement du sens, provenant à la fois de leur comptabilité et de leurs différences ». La mise en correspondance entre ces différentes représentations permet alors d'aider à la compréhension de l'énoncé, en fournissant une base au fonctionnement cognitif. L'utilisation de systèmes matériels de représentation (iconiques, symboliques, etc) facilite le passage de la représentation du problème à celle de la solution. Les représentations schématiques permettent de présenter les données de façon non linéaire en allégeant la mémoire de travail, elles peuvent ainsi faciliter la construction de la représentation du problème.

Pour M. Adam (2000), le schéma se présente comme une représentation intermédiaire entre le texte linéaire et l'illustration, servant à faire ressortir les caractères propres à l'objet représenté et surtout ayant une fonction structurante, pour ceux qui ont du mal à bien organiser leur pensée. C'est cette représentation qui nous aide à raisonner sur les informations qu'elle contient.

Cependant, il faut bien être conscient que cette activité de schématisation est autre chose qu'une simple traduction ou formalisation de l'énoncé, comme le souligne J. Julo (1995). Il ajoute que ce n'est pas uniquement le processus d'interprétation, mais l'ensemble des

processus cognitifs en jeu qui intervient dans la construction de la représentation ; plus globalement, la mise en œuvre d'un outil de modélisation donné est déjà conditionnée par « la manière dont l'outil de modélisation a été acquis » et surtout par « la représentation que nous nous faisons du problème à résoudre, qui conditionne l'accès aux outils de modélisation ». C'est pourquoi il s'interroge sur la fonction exacte de tels outils dans la construction d'une représentation performante du problème.
Compte tenu de toutes ces réflexions, nous nous posons donc les questions suivantes : quel rôle les outils de schématisation peuvent-ils jouer dans le cadre de l'aide à la résolution de problèmes, quels outils utiliser et de quelle manière les introduire auprès des élèves ? C'est à ces interrogations que nous allons tenter d'apporter des éléments de réponse, d'abord théoriques puis au travers de l'étude de manuels scolaires et de notre expérience professionnelle.

Différents schémas

Comme nous l'avons indiqué en introduction, dans le cadre de la résolution de problèmes, le schéma est souvent vu, dans l'opinion commune, comme l'outil évident permettant d'accéder facilement à la résolution du problème. Afin de remettre en cause cette idée reçue, nous allons étudier quels schémas sont utilisés, en quoi ces schémas peuvent effectivement être une aide à la résolution de problème, mais également comment les introduire et les utiliser et quelles sont les difficultés que l'enseignant peut rencontrer dans ce cadre-là.
Tout d'abord, nous constatons que ce terme de schéma est polysémique. Si l'on s'attache à la définition donnée par le dictionnaire Larousse, le schéma est un « dessin ne comportant que les traits essentiels de la figure représentée, afin d'indiquer non sa forme, mais ses relations et son fonctionnement ». Dans notre contexte, il permet alors de représenter les relations existant entre les informations essentielles de l'énoncé et leur organisation entre elles.

Pour leur part, les Instructions Officielles de 1970 proposaient, concernant les informations de l'énoncé, de « les schématiser, afin de mettre en évidence les relations mathématiques qui les décrivent » ; les nouveaux programmes de 2002 expliquent, de leur côté, pour le cycle 2, que « les procédures personnelles que les élèves peuvent utiliser pour résoudre un problème, sont extrêmement variées : elles peuvent s'appuyer sur un dessin ou un schéma imaginé par l'élève, utiliser le dénombrement, le comptage… ». Ainsi, nous remarquons donc que le terme de schéma est bien vu comme outil d'aide ; mais de quels schémas parle-t-on exactement ?

Pour notre part, nous avons classé les schémas en différentes catégories, se rapportant à des outils qui diffèrent par leur mode d'acquisition et leur utilisation :

- les représentations iconiques, plutôt à caractère analogique ; parmi ces représentations, nous pouvons distinguer :
  - les dessins, à caractère figuratif ; ce sont des représentations très personnelles de la réalité de l'énoncé et plutôt utilisées par des élèves de cycle 2 qui ne maîtrisent pas encore des outils de schématisation plus synthétiques et mathématiques ;
  - des outils mathématiques qui se situent à un stade plus abstrait de schématisation. Parmi ces outils, nous pouvons citer la droite numérique ou les représentations ensemblistes, qui sont des représentations du réel, et présentent les données sous une forme plus mathématique. Ces outils nécessitent un apprentissage spécifique, en vue de leur maîtrise et de leur utilisation par les élèves.

- les tableaux et les graphiques ; ce sont ici essentiellement des outils d'aide à la représentation des informations sous une autre forme que l'énoncé littéral. Dans cette catégorie de schémas, nous pouvons répertorier les tableaux (à une ou deux entrées), les diagrammes et histogrammes, ainsi que les graphiques dans un système d'axes ; ces outils nécessitent également un apprentissage particulier, apprentissage largement développé dans les manuels scolaires étudiés ;
- les représentations symboliques telles que l'écriture algébrique ou les schémas de problèmes comme par exemple ceux présentés par G. Vergnaud (1997) pour les structures additives ou multiplicatives.

Parmi cette variété d'outils, nous nous sommes centrées sur les outils de schématisation iconiques et graphiques, écartant par là même les outils de type symbolique, telles que l'écriture algébrique, nécessitant des apprentissages particuliers.

Les limites de l'utilisation des schémas

Une fois définis l'apport des outils de schématisation et les types de schémas privilégiés, nous allons montrer maintenant les limites de leur utilisation dans l'activité de résolution de problèmes.

Comme nous l'avons souligné ci-dessus, l'utilisation d'outils de schématisation peut être une stratégie efficace pour parvenir à une meilleure représentation du problème ; en effet, par la reproduction simplifiée d'un système donné, on peut penser qu'un schéma doit pouvoir apporter une solution au problème, en permettant de décider de la forme que l'on va donner à une action.

Pour les auteurs du livre « Le schéma de la sixième^{e} à la seconde », le schéma ne deviendra réellement une aide que quand « l'élève pourra le réutiliser à des moments précis et dans d'autres situations que celles dans lesquelles il l'a appris ». Et il ne saura effectuer cette transposition que s'il a parfaitement assimilé ce schéma au préalable. Car, encore faut-il que ces représentations, introduites dans le cadre d'apprentissages spécifiques, soient pertinentes et maîtrisées par l'élève, c'est-à-dire intériorisées dans ses structures cognitives ! C'est ce que nous dit J. Julo pour qui l'utilisation d'un outil dont on enseigne l'usage aux élèves, impose ainsi une forme particulière de représentation ; il s'agit alors, pour pallier à ce danger, de proposer un ensemble diversifié d'outils, afin de ne pas « enfermer l'élève dans une approche du problème qui ne serait pas compatible avec la représentation qu'il avait commencé à se construire ».

Enfin, nous dit R. Lemming Damm (1992), il faut considérer ces outils comme des instruments transitionnels, qui pourront être utilisés à un moment donné par l'élève et abandonnés plus tard. Dans cette optique, ils ne servent que provisoirement, afin d'aider l'élève à s'approprier un savoir, par les mécanismes de modélisation et de conceptualisation.

Nous retenons donc que les outils de schématisation peuvent être une aide à la construction de la représentation du problème. Mais encore faut-il varier les schémas proposés et être attentif au mode d'apprentissage proposé et à l'acquisition ou non de ces schémas par les élèves. Ainsi nous faisons l'hypothèse que proposer des outils, sans en imposer l'utilisation systématique, peut être une solution pour aider à la résolution de problèmes ; car un tel outil peut s'avérer une aide considérable, lors du processus d'opérationnalisation, en permettant une évolution déterminante de la représentation.

Etude de l’utilisation des schémas dans les manuels de mathématiques

Afin de permettre à l’élève de se familiariser avec des outils de schématisation, les manuels scolaires de mathématiques que nous avons étudiés proposent différents types d’outils schématiques, associés à des activités bien définies. Nous avons tenté de classer ces différents schémas, à partir de leur fonction dans l’activité de résolution de problèmes.

Nous avons ainsi recensé :
- des schémas servant d’énoncé du problème ;
- des schémas que nous nommerons « institutionnels », qui sont normés, reconnus socialement, et permettent de modéliser la situation ;
- des schémas d’aide à la résolution du problème ;
- des schémas d’aide à la construction de la représentation du problème.

Des énoncés sous forme de schémas

La première utilisation est la présentation de l’énoncé du problème sous forme de schéma. Le schéma sert alors à traduire l’énoncé sous la forme de graphique ou de dessin, au lieu de la langue naturelle. On retrouve ce type d’activité, lecture de ces différents types de schémas, dans tous les manuels étudiés. Il permet essentiellement de se familiariser avec d’autres formes de présentation des données que la langue naturelle (principalement à caractère graphique, tels le tableau à double entrée, le diagramme, les courbes). Un travail spécifique est fait pour familiariser l’élève à ces différentes présentations des données, par la lecture et la recherche d’informations spécifiques. Par exemple, dans *« Le nouvel objectif calcul CE2 »,* une séance de résolution de problème est entièrement consacrée à « recueillir des informations » en explorant divers documents, tels que le dessin d’un arbre généalogique (voir annexe 1). Le manuel pose alors un certain nombre de questions permettant de recueillir des informations à partir du schéma proposé.

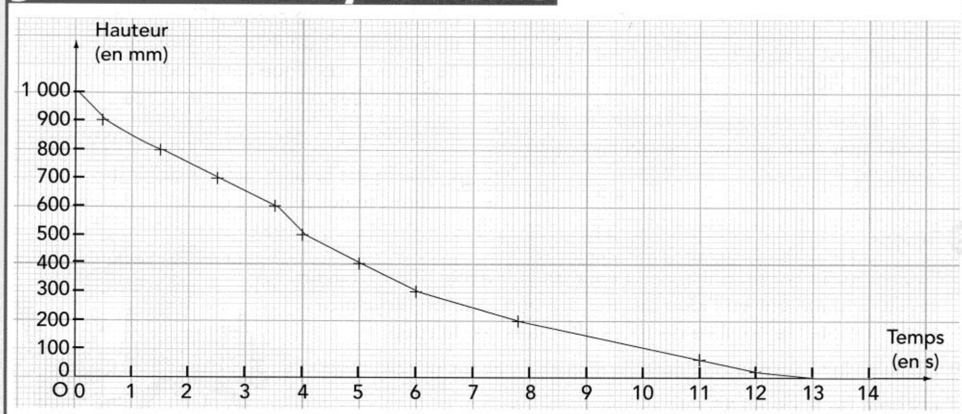
Ce type d’activité rentre dans le cadre des Instructions Officielles de 1995 et également de 2002, ces dernières précisant des compétences à acquérir en termes de capacité à utiliser des « données organisées en listes, en tableaux, ou représentées par des diagrammes, des graphiques». Il s’agit plutôt ici, à notre avis, de familiariser l’élève avec diverses représentations d'un ensemble de données utilisables en mathématiques, mais aussi dans d’autres disciplines telles que la géographie (pour les histogrammes, diagrammes, …) ou les sciences (pour les tableaux à double entrée, les droites dans un système d’axes, …). C’est pourquoi nous estimons qu’il n’est pas judicieux d’intégrer ces apprentissages dans le cadre des séances intitulées « Résolution de problèmes », mais plutôt dans des séances méthodologiques transversales.

Des schémas « institutionnels »

Un ensemble de schémas, tel le tableau de proportionnalité, est présenté par l’ensemble des manuels. Ces schémas sont utilisés pour modéliser la situation. Dans l’exemple du tableau de proportionnalité, un tel schéma est proposé pour montrer aux élèves les propriétés de linéarité. Ce type d’activité va dans le sens des programmes de 1995 qui proposent une première approche de la proportionnalité par « reconnaissance de situations de proportionnalité dans des cas simples (échelles, pourcentages) et utilisation de tableaux, diagrammes, graphiques ».
Il s’agit ici, dans le cas du tableau de proportionnalité, d’un outil d’aide à la découverte de la proportionnalité. C’est un outil spécifique, au nom bien déterminé, reconnu socialement

et utilisé dans d'autres cadres que le contexte scolaire, permettant, grâce aux propriétés mathématiques qu'il met en lumière, de détecter un type de problème particulier.
Nous choisissons de classer dans cette catégorie la droite numérique et certains graphiques (courbes, droites dans un système d'axes), qui permettent de visualiser les informations et leurs relations.
Par exemple, dans *« Quadrillage CM2 »,* une séance de résolution de problème est entièrement consacrée à « lire, interpréter, analyser » un schéma de type courbe graphique :

Je découvre le problème



Après avoir observé la courbe de ce graphique, qui représente le temps qu'a mis un objet à tomber, Laure affirme :

- À la moitié du temps, l'objet est tombé de la moitié de la hauteur initiale.
- Si cet objet tombait de 500 m, il lui faudrait 5 fois plus de temps pour atteindre le sol que s'il tombait de 100 m.

Es-tu d'accord avec elle pour chacune de ses affirmations ?

Je cherche

a Avant de résoudre ce problème, organise ta recherche : assure-toi que tu sais bien lire et interpréter le graphique proposé en répondant aux questions suivantes.

- Que peux-tu lire sur l'axe horizontal et sur l'axe vertical ? Quelles sont les unités utilisées ?
- À quelle distance du sol l'objet est-il avant sa chute ? Quelle est la durée de sa chute ?
- À quelle distance du sol l'objet est-il 4 secondes après le début de sa chute ? À quelle distance du sol l'objet est-il 3 secondes avant la fin de sa chute ?
- Quand l'objet est à 300 m du sol, combien de temps dure encore sa chute ? Quand l'objet est à 100 m du sol, depuis combien de temps est-il tombé ?
- Combien de temps mettra cet objet pour atteindre le sol, s'il tombe d'une hauteur de 500 m ?

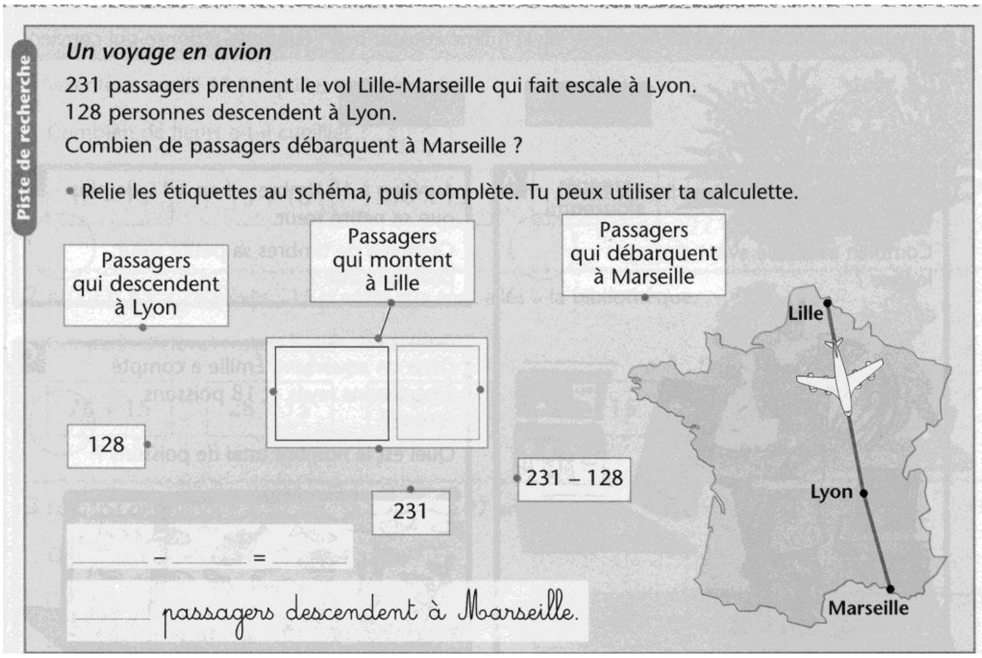
Pour résoudre un problème, il est nécessaire de savoir lire, interpréter et analyser des documents divers : texte, graphique, tableau ...

b Réponds maintenant par vrai ou faux à chaque affirmation de Laure.

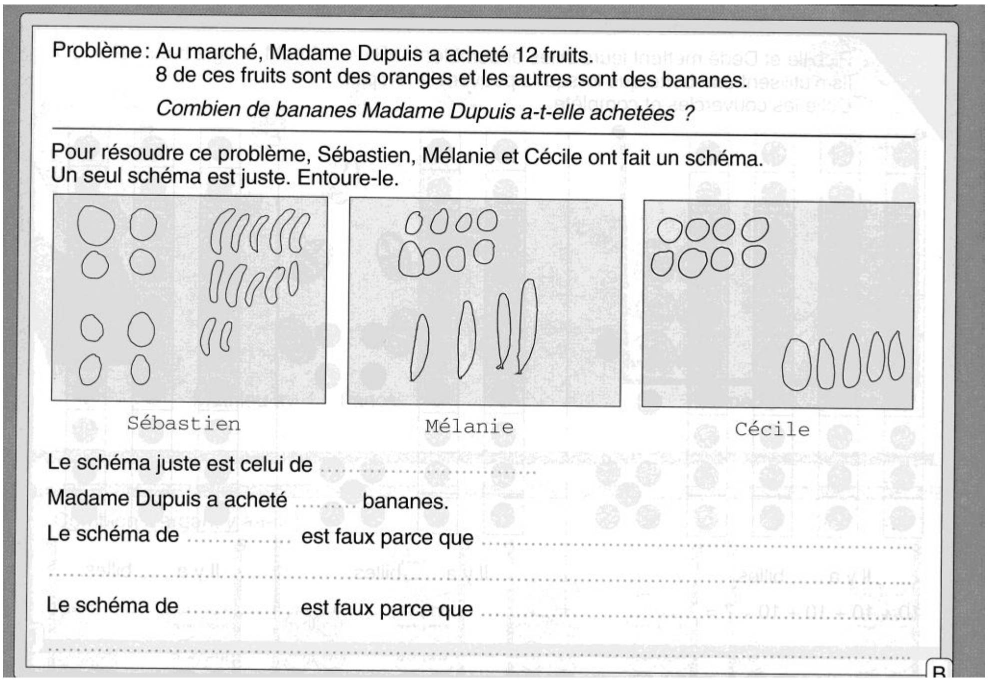
Le manuel précise ensuite que « Pour résoudre un problème, il est nécessaire de savoir lire, interpréter et analyser des documents divers : texte, graphique, tableau ». Nous voyons ici une autre utilisation de schéma qui correspond à un usage beaucoup plus normé.

Des aides à la résolution

Dans les manuels étudiés, les schémas interviennent également comme une aide pour trouver une procédure de résolution. Par exemple, dans le manuel *« Pour comprendre les maths CE1 »*, des problèmes conduisant à la soustraction sont proposés avec un énoncé de type textuel et un schéma de type ensembliste :



Le schéma comporte les ensembles dessinés ainsi que les données ; il s'agit alors uniquement de relier les étiquettes contenant les informations aux différents ensembles et de compléter la formule de calcul. Ensuite, la séance de problèmes « choisir un schéma » propose des énoncés qu'il faut relier au bon schéma ; mais ces schémas comportent déjà la procédure de résolution, puisque l'ensemble des éléments à dénombrer est déjà dessiné. On retrouve le même cas de figure dans les pages d'ateliers de résolution de problèmes du manuel *« J'apprends les maths CE1 »* :



Ici l'élève doit trouver le bon schéma associé à un énoncé de type soustractif, le schéma proposant déjà implicitement la solution et l'élève n'ayant plus qu'à dénombrer l'ensemble des fruits pour trouver la solution.
Au travers de ces deux exemples, nous remarquons que le raisonnement est ici guidé et ne laisse aucune place à l'initiative et à la créativité de l'élève. D'autre part, certains de ces schémas ont une présentation très complexe. Par exemple le manuel *« Maths outils CM2 »* propose des tableaux, contenant des opérations de lettres qui référencent des résultats de calculs intermédiaires :

Recopie puis complète le tableau suivant :

Ce que l'on me demande.	Ce que je dois savoir pour répondre à la question.	Quels calculs dois-je effectuer ?	
La somme restante	– le prix de 120 balles de tennis	(25 : 10) × 120 = ...	(A)
	– le prix des 25 raquettes	**250 × 25 =**	**(B)**
	– le prix des 12 maillots	**85,50 × 12 =**	**(C)**
	– le montant des frais divers	1 500 F	(D)
	– le montant des cotisations	**275 × 58 =**	**(E)**
	– le montant total des dépenses	A + **B** + **C** + D = F	
	– la somme restante	**E** – F = ...	
		...... – ...... = ...	

Nous pensons que ces schémas, complexes par leur forme et le nombre d'informations qu'ils contiennent, risquent de perturber l'élève en rajoutant une tâche supplémentaire de compréhension à son activité de résolution.

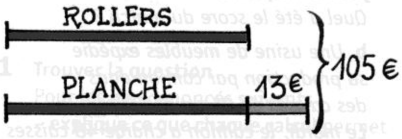
Des aides à la construction de la représentation

Enfin, dans certains des manuels étudiés, les schémas interviennent comme aide à la représentation du problème traité. Dans ce cadre-là, les schémas sont utilisés pour représenter l'énoncé de type textuel sous une forme schématique. Par exemple, le manuel « *Le nouveau Maths élem CM2* » propose une séance complète intitulée « Résoudre un problème – Faire un schéma » *(voir page suivante).*

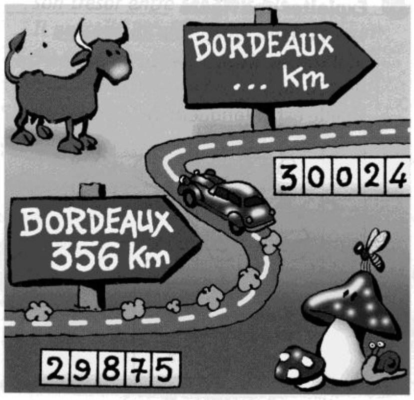
Il s'agit pour l'élève de résoudre les problèmes proposés avec la consigne : «Aide-toi des schémas pour résoudre les problèmes suivants ». Les schémas proposés ne sont pas une traduction directe de l'énoncé, car ils nécessitent déjà une interprétation de l'énoncé ; mais ils ne sont pas non plus une aide directe à la résolution, car ils ne guident pas suffisamment dans la procédure de résolution. Ils orientent plutôt l'élève vers une représentation bien particulière du problème (ici, sous forme de segments). Le manuel propose ensuite à l'élève de résoudre des problèmes en « représentant les différentes situations par un schéma ». Les conseils donnés par le manuel sont alors les suivants : « Pour résoudre un problème, il est souvent utile de représenter la situation par un schéma ou un dessin ; il ne s'agit pas de faire joli mais de faire clair et utile ; la taille des schémas n'a pas d'importance. Attention, dans certains cas il faut respecter les proportions. » Ici, le manuel propose à l'élève de s'aider de schéma pour résoudre les problèmes, mais en le laissant libre de choisir la représentation qui lui convient le mieux.

Aide-toi des schémas et des dessins pour résoudre les problèmes 1, 2 et 3.

1 Nicolas fait des achats.
Il achète une paire de rollers et une planche à roulettes qui vaut 13 € de plus que les rollers.
Il fait un chèque de 105 €.
Combien coûtent les rollers et la planche ?



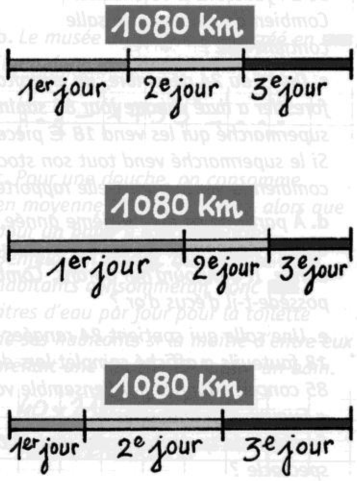
2 De Marseille à Bordeaux
Antoine va de Marseille à Bordeaux en voiture.
Quand il passe devant le panneau qui indique « Bordeaux 356 km », son compteur kilométrique indique 29 875 km.
Un peu plus tard, il lit sur son compteur 30 024 km.
À quelle distance de Bordeaux se trouve-t-il alors ?



3 Deux problèmes et trois schémas
Retrouve le schéma qui correspond à chaque problème.
Puis réponds aux questions.

a. *Madame Flohic habite Brest. Elle doit aller à Perpignan en voiture. Elle décide de faire les 1 080 km en trois jours. Le deuxième jour, elle veut faire deux fois plus de km que le premier jour et le troisième autant que le deuxième. Quelle distance veut-elle parcourir chaque jour ?*

b. *Monsieur Josse habite Brest. Il doit aller à Perpignan en voiture. Il décide, lui aussi, de faire les 1 080 km en trois jours. Il veut faire la moitié du chemin le premier jour et autant de km le deuxième jour que le troisième. Quelle distance veut-il parcourir chaque jour ?*



Un autre exemple, le manuel *« Diagonale CM2 »* consacre une séance à « trouver des représentations ». Si les premiers problèmes sont guidés dans leur résolution par l'apport d'un schéma, de type arbre logique ou dessin des pentaminos (voir annexe 2), les problèmes de la page suivante du manuel proposent un choix de représentation, voire pas de représentation du tout. Même chose dans le manuel *«Quadrillage CM2 »* qui indique dans le livre du maître, qu' « il s'agit ici de donner aux élèves des outils pour résoudre les problèmes […] ; l'énoncé de problème doit permettre à l'élève d'analyser la situation et de pouvoir la représenter, ce qui l'aidera dans la recherche de la solution ». Ces deux derniers manuels passent progressivement du guidage de l'élève dans un choix de schéma, à une autonomie sur le choix du schéma à utiliser.

Au travers de l'étude de l'utilisation des outils de type schématique dans un ensemble de manuels de mathématiques, nous pouvons maintenant apporter un certain nombre de conclusions. La plupart des manuels utilisent un grand nombre de schémas, au travers des activités de résolution de problèmes. Savoir lire, analyser, interpréter et construire un large éventail de schémas semble être un objectif commun à tous. La conséquence en est donc la maîtrise plus ou moins importante par l'élève d'une grande variété d'outils schématiques.

Cela peut rentrer dans le cadre des aides tutorielles proposées par J. Julo, pour qui l'enseignant doit « miser sur la diversité et la pluralité des éléments que l'on apporte ». Mais cette mise à disposition d'un large éventail d'outils ne nous semble pas induire de fait leur assimilation par l'élève et leur utilisation ultérieure dans le cadre de résolutions de problèmes spécifiques. En effet, de nombreux manuels étudiés utilisent l'outil graphique, dans le cadre d'une activité de résolution de problème, comme méthode de résolution et non comme outil de représentation de l'énoncé. La résolution est alors guidée par la présentation de ces schémas (organigramme, tableau de résolution, …), qui décrivent une procédure de résolution bien spécifique ; et nous pensons qu'il n'est alors pas certain que l'élève adhère à cette procédure de résolution, dans le cas où elle ne correspond pas à son mode de réflexion et à sa démarche intellectuelle propre.
De plus, certains manuels proposent des représentations du problème sous une forme schématique imposée, enfermant ainsi l'élève dans un mode de représentation bien particulier. A l'inverse, d'autres manuels étudiés proposent des outils variés, puis laissent l'initiative à l'élève de les utiliser ou non ; ce qui va dans la ligne directrice de J. Julo (2002), pour qui il faut « aider ni trop ni trop peu », c'est-à-dire proposer des outils à l'élève, tout en lui laissant la liberté de les utiliser ou non, afin de ne pas l'enfermer, par un entraînement spécifique, dans une forme particulière de représentation qui ne lui correspond pas.

En bref, nous retiendrons que parmi toutes ces configurations d'utilisation des outils schématiques que nous venons d'analyser, l'utilisation des schémas, sous forme d'aide à la représentation, nous paraît la plus à même de vraiment apporter une aide aux élèves, sans les enfermer dans une procédure trop rigide. Afin de vérifier cette hypothèse, nous avons mis en place, dans le cadre de notre activité professionnelle d'enseignant, une démarche nous permettant d'étudier le résultat de l'apport d'outils schématiques, dans le cadre de la résolution de problèmes.

Etude de l'utilisation de schémas en classe, dans des situations de résolution de problèmes

Nous avons mis en place, dans une classe de CM2, plusieurs séances de résolution de problèmes dans lesquelles nous avons introduit l'utilisation de schémas. Comme nous avons conclu précédemment que l'aide que le maître peut apporter consistait à miser sur la diversité des outils mis à la disposition des élèves, nous avons proposé des outils et laissé l'initiative à l'élève de les utiliser ou non. Nous avons mis en place 3 séances, chacune ayant un objectif spécifique.

Dans la première séance, nous avons voulu étudier si les enfants faisaient spontanément des schémas et, si oui, de quel type. Dans la deuxième, nous avons proposé des schémas aux élèves, selon deux axes :

- après avoir travaillé avec les élèves sur des schémas spécifiques (droite numérique, cercle partagé), nous avons proposé des problèmes susceptibles de faire utiliser ce type de schémas ; nous ne détaillerons pas ici l'étude des schémas, faite en classe sur plusieurs séances.
- nous avons également proposé des schémas, inclus dans l'énoncé du problème, afin de voir s'ils allaient être utilisés. L'objectif était ici de vérifier l'utilisation des schémas proposés au départ.

Enfin dans la troisième, nous avons proposé des problèmes, sans schémas, afin de voir si les élèves réinvestissaient effectivement les schémas travaillés précédemment. Une fois ces séances menées, nous avons analysé les productions des élèves.

Dans le cadre de cet article, nous allons présenter les résultats concernant uniquement certains problèmes. Pour chaque problème proposé, la présentation sur la feuille était la même : le texte de l'énoncé était suivi d'une partie « Recherche » libre, puis d'une partie « Solution finale » où l'élève écrivait son résultat définitif, à l'aide d'une phrase réponse. La consigne était toujours la même : « Je vais vous distribuer des problèmes à résoudre. Vous allez écrire vos recherches sur la feuille, puis la solution finale ; à la fin, nous corrigerons ensemble et nous verrons les différentes façons de faire ». En fin de chaque séance, deux ou trois élèves, qui avaient utilisé des procédures de résolution différentes, passaient au tableau. Ceci afin de montrer qu'il n'y avait pas qu'une seule manière de résoudre le problème et d'arriver au résultat correct.

Séance 1 : Utilisation spontanée des schémas

Dans la première séance, nous avons proposé trois problèmes aux élèves afin de voir s'il y avait recours spontané à un schéma ou non, et quels types de schémas allaient être utilisés.

Le problème de la pizza

Enoncé du problème :

Mario a partagé une pizza en 12 morceaux égaux. Il en a donné une part à chacun de ses invités et à lui-même. Après la distribution, il reste un quart de pizza.
Combien Mario a-t-il d'invités ?

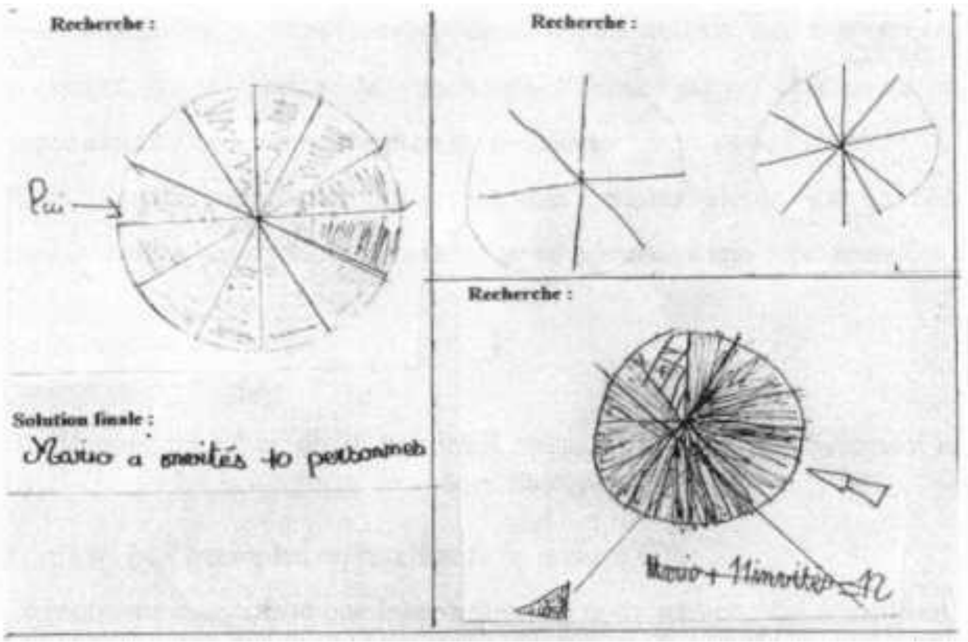
Résultats :

Sur les 26 élèves ayant traité ce problème :
- 22/26 ont eu recours spontanément à un schéma :
  - 18/26 ont dessiné un cercle partagé (analogie avec la pizza) ;
  - 1/26 a dessiné un cercle partagé puis une bande numérique ;
  - 2/26 ont dessiné une bande numérique (pas d'analogie avec la pizza) ;
  - 1/26 a fait un autre schéma (des triangles représentant les parts de pizza) ;
- 4/26 ont effectué directement un calcul.

Tous les élèves qui ont fait uniquement des calculs ont trouvé la bonne solution (4/4). Parmi ceux qui sont passés par des schémas, le pourcentage de réussite a été moins important (14/22).

Analyse des résultats :

Certains élèves n'ont pas eu besoin de passer par un schéma pour résoudre le problème. Ils ont eu recours uniquement à leurs représentations mentales ; ceci montre qu'ils avaient déjà des structures cognitives leur permettant de se passer de schéma écrit pour ce problème. Et pour ces élèves, cela confirme l'idée que le schéma est un outil transitoire.
Les schémas utilisés par les autres étaient plutôt de type analogique, mais n'ont pas permis à tous de trouver la solution. Le schéma est donc bien une étape utilisée par ces élèves, mais il n'est pas forcément une aide suffisante pour arriver à la procédure de résolution.
Dans les exemples suivants, l'utilisation spontanée du schéma du cercle partagé n'a pas permis aux élèves de trouver le nombre correct de parts de pizza distribuées.
On voit bien que le premier élève a divisé le cercle en douze parts mais que pour lui, un quart de la pizza correspondait à une part. Le schéma effectué correspond à cette représentation et ne permet pas de la remettre en cause.



Le problème « Du plus grand au plus petit »

Enoncé du problème :

Prisca, Maxime, Virginie et Paul se sont mesurés.
Paul est plus petit que Virginie et Maxime. Prisca est plus grand que Virginie. Virginie est plus grande que Maxime.
Range ces enfants du plus grand au plus petit.

Résultats :

Sur les 26 élèves ayant traité ce problème :

- 12/26 ont eu recours à un schéma, support de leur raisonnement :
  - 9/26 ont fait un seul schéma, complété au fur et à mesure ;
  - 3/26 ont fait trois schémas successifs ;
- 3/26 ont fait un raisonnement mental, puis un schéma traduisant leur résultat ;
- 7/26 ont effectué uniquement un raisonnement mental ;
- 3/26 ont effectué un raisonnement mental, après avoir reformulé l'énoncé, sous forme de recopie des phrases de l'énoncé.

Les schémas utilisés étaient de plusieurs types :

- 5/26 ont dessiné des bonhommes de taille différente (analogie avec les personnages de l'énoncé) ;
- 4/26 ont fait un dessin un peu particulier (quatre ronds reliés, quatre ronds avec une flèche au-dessus, quatre croix, quatre traits verticaux de différentes tailles) ;
- 3/26 ont utilisé un schéma du type *« Prisca>Virginie>... »*. (écriture mathématique) ;
- 3/26 ont utilisé les prénoms comme représentation.

Analyse des résultats :

La moitié des élèves n'a pas eu besoin de passer par un schéma pour résoudre le problème. Mais certains ont eu besoin de faire un schéma a posteriori pour traduire leur résultat (et peut-être ainsi le vérifier) (voir annexe 3). Pour l'autre moitié des élèves, les schémas utilisés ont très souvent été le support du raisonnement. Ils ont permis de « traduire » l'énoncé au fur et à mesure de sa lecture et de participer ainsi à l'opérationnalisation du problème (voir annexes 4 et 5). Nous pouvons également remarquer que certains élèves ont eu besoin de réécrire l'énoncé littéral, afin de se l'approprier et de se construire leur représentation du problème.

Le problème du ruban

Enoncé du problème :

On découpe un ruban de 20 m avec 4 coups de ciseaux régulièrement espacés sur toute la longueur. Quelle est la longueur de chaque morceau ?

Ce problème est un peu particulier puisque l'énoncé est très facile à comprendre mais il est très facile d'aller vers une solution erronée. De plus, nous sommes bien consciente que le schéma n'est pas forcément l'outil le mieux adapté pour aider à la résolution : on pourrait, par exemple, donner un ruban et des ciseaux aux élèves pour qu'ils fassent la manipulation. Cependant nous avons choisi de le donner pour voir quelle utilisation peut être faite des schémas.

Résultats :

Ce problème s'est déroulé en trois phases. Dans la première, la plupart des élèves (25/26) sont partis sur une représentation erronée du problème. 20 élèves sur 26 n'ont pas utilisé de schéma, puisque, pour eux, la solution était évidente (bien que fausse pour la plupart). Suite à une intervention de notre part (nous leur avons proposé qu'ils fassent un schéma pour s'aider), peu d'élèves ont modifié leur représentation initiale (2/26). Les autres ont dessiné le ruban tel qu'ils se le représentaient initialement. Suite à une seconde intervention plus insistante sur le fait de faire un schéma en relisant bien l'énoncé et en dessinant les coups de ciseaux, la moitié d'entre eux (11/26) a fait un second schéma correct. Les autres sont, soit restés avec un schéma faux, redessiné ou non (3/26), soit n'ont toujours pas fait de schéma (4/26).

Les schémas utilisés par les élèves ont été de deux types :

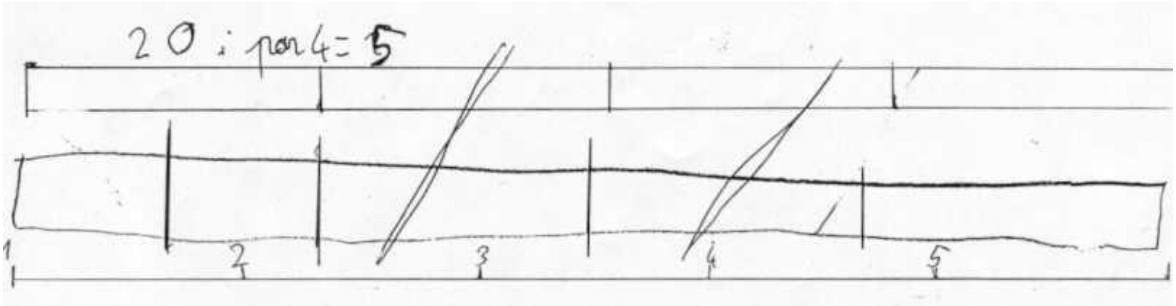
- 16/26 ont dessiné une bande numérique (analogie avec le ruban) ;
- 3/26 ont dessiné un segment.

Analyse des résultats

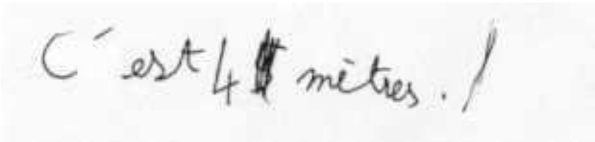
Au vu du déroulement de cette séance, nous pouvons déduire que le schéma n'a pas été une aide à la construction de la représentation initiale. En effet, nous avons constaté, comme c'était prévisible que les élèves n'ont pas recours au schéma, dans le cas où la représentation qu'ils se font du problème est claire et spontanée. Et si l'enseignant leur propose de faire un schéma pour les aider, celui-ci traduit leur représentation initiale. Nous constatons une fois de plus que cette action de schématisation ne remet pas en cause la représentation initiale du problème.

Dans la production suivante, nous voyons que l'élève a commencé par faire un calcul (faux), puis qu'à la demande de l'enseignant, il a fait deux schémas : le premier reprenant exactement sa représentation (diviser par 4) et le second modifié (elle divise par 5) suite à une forte induction de la maîtresse.

Recherche :



Solution finale :



A la suite de cette première séance, nous pouvons donc faire plusieurs constats :

- Lors d'une activité de résolution de problèmes, l'utilisation d'un schéma n'est pas systématique. Pour un problème que l'élève considère comme simple (c'est-à-dire qu'il a spontanément une représentation claire et précise du problème traité) ou qu'il pense pouvoir résoudre par une procédure de calcul, l'élève ne fait pas appel à un schéma ;
- Par contre, s'il a du mal à se construire une représentation claire du problème, alors il essaye de traduire l'énoncé, soit par verbalisation (reformulation textuelle de l'énoncé), soit, dans la majorité des cas, en faisant un schéma. Ce schéma est alors soit de type analogique, soit plus mathématique. Support du raisonnement, il permet de « traduire » l'énoncé au fur et à mesure de sa lecture et de participer à l'opérationnalisation du problème. Mais il ne permet pas systématiquement d'arriver à un résultat correct ;
- Dans le cas où l'enseignant tente d'apporter une aide en proposant de faire un schéma, cette action de schématisation ne remet pas automatiquement en cause la représentation initiale du problème ;
- Nous pouvons remarquer également que certains élèves ont eu besoin de reproduire l'énoncé littéral, afin de se l'approprier et de se construire leur représentation du problème.

En conclusion de cette première séance, nous pouvons dire que l'utilisation de schémas n'est pas spontanée. Mais, dans certains cas, elle peut aider à déclencher le processus d'opérationnalisation.

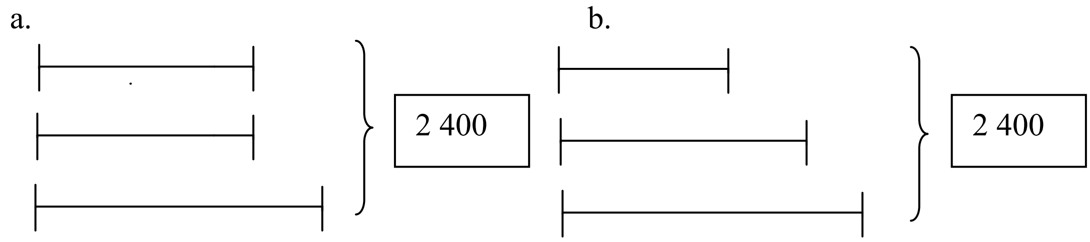
Séance 2 : Proposition de schémas

Lors de cette séance, nous avons donc proposé des outils de schématisation.
Avant cela, deux séances de mathématiques avaient été consacrées aux fractions : elles nous ont permis d'introduire deux types de schémas, à savoir le cercle partagé et la droite numérique. Puis, lors de cette deuxième séance de résolution de problème, nous avons proposé deux problèmes liés aux fractions (non étudiés ici), afin de tester l'utilisation ou non des schémas introduits auparavant.
Nous avons également donné deux problèmes de partage, avec deux schémas d'aide proposés, jamais étudiés auparavant.

Les problèmes de partage

Enoncé des problèmes :

Pour chaque problème, trouve la représentation qui convient. Complète-la puis utilise-la pour répondre à la question.
1- Pierre, Lucie et Guillaume ont regroupé leurs économies. Ils ont 2400 F. Lucie a deux fois plus d'argent que Pierre et Pierre trois fois moins que Guillaume.
Combien d'argent avait chacun ?
2- Trois frères se partagent 2400 F. Les deux plus jeunes doivent recevoir la même somme et l'aîné 1/5 de plus que chacun d'eux.
Combien d'argent aura chacun des 3 frères ?



Résultats :

Sur les 20 élèves ayant traité ces problèmes :
- 5/20 n'ont pas trouvé de solutions ;
- 3/20 ont fait uniquement des calculs (dont un élève a trouvé les deux bons résultats, un élève a trouvé un bon résultat et l'autre n'ayant pas trouvé les solutions exactes) ;
- 1/20 a utilisé un autre schéma (droite numérique avec 16 graduations)
- 10/26 ont utilisé les deux schémas proposés. (Parmi eux, 4 ont trouvé les bons résultats, 3 ont trouvé la solution à l'un des problèmes et 3 n'ont pas trouvé les réponses) ;
- 1/26 a utilisé uniquement le schéma b. Cela lui a permis de trouver la réponse correcte au premier problème.

Analyse des résultats :

Les schémas proposés, utilisés par trois quarts des élèves ont permis d'aider 1/3 de ces élèves pour le premier problème et 1/3 pour les deux problèmes. Ces élèves ont ainsi pu visualiser l'unité de chaque droite et trouver la valeur de l'unité. Ceux qui ne voyaient pas le lien entre les énoncés et les schémas proposés n'ont rien fait ou se sont lancés dans des calculs.
A la suite de cette deuxième séance, nous pouvons donc faire les constats suivants.
- Lors de l'utilisation d'outils de schématisation, les élèves utilisent des schémas, le plus souvent analogiques, proches de leur représentation. Leur proposer des outils trop éloignés de celle-ci ne sert à rien. Par contre, s'ils correspondent à la représentation en construction de l'élève, ils peuvent aider à cette construction et enclencher le processus d'opérationnalisation ;
- Il ne faut pas s'attendre non plus à ce qu'ils utilisent des schémas, si une procédure de calcul leur suffit à trouver un résultat qui les satisfait ;
- Enfin, l'utilisation d'un outil plus mathématique nécessite une bonne maîtrise de celui-ci pour arriver au résultat attendu.

Séance 3 : des problèmes sans schéma proposé

Lors de cette dernière séance, l'objectif était de vérifier si les schémas travaillés et proposés dans les séances précédentes allaient être réutilisés.

Le problème de la planche

Enoncé du problème :

Un menuisier a scié une planche en 5 endroits différents. Chaque morceau mesure 30 cm. Combien mesurait la planche ?

Résultats :

Sur les 25 élèves ayant traité ce problème :

- 5/25 ont eu recours directement à des calculs, mais ont obtenu un résultat erroné ;
- 20/25 ont utilisé spontanément un schéma (droite ou bande) (dont 3 résultats justes) ;
- après intervention de l'enseignant (de la même façon que pour les rubans), 17/22 ont réussi à trouver le bon résultat, au bout de 2 ou 3 essais.

Analyse des résultats :

L'apport du schéma a aidé la plupart des élèves, mais a nécessité une forte injonction de l'enseignant. De plus, on s'aperçoit qu'il n'y a pas eu réinvestissement du problème des rubans. De la même façon, le schéma fait spontanément par les élèves correspondait à leur représentation initiale, qui était incorrecte, dans la majorité des cas.

Le problème des achats de Nicolas

Enoncé du problème :

Nicolas fait des achats. Il achète un sac de sport et une planche à roulettes qui vaut 10 euros de plus que le sac de sport. Il achète aussi une paire de rollers qui est deux fois plus chère que le sac de sport. Pour payer ses achats, il fait un chèque de 210 euros.
Combien coûte chacun des 3 articles achetés par Nicolas ?

Résultats :

Sur les 13 élèves ayant traité ce problème :

- 2/13 ont eu recours spontanément à un schéma :
  - 1/13 a utilisé une droite puis a effectué des calculs (réponse incorrecte) ;
  - 1/13 a utilisé une droite puis a effectué une procédure par tâtonnement (réponse juste) ;
- 3/13 ont effectué directement des calculs (1 réponse juste, 2 réponses incorrectes) ;
- 8/13 ont utilisé une procédure par tâtonnement (7 réponses justes, 1 réponse incorrecte).

Analyse des résultats :

Il n'y a pas eu de réinvestissement de la séance précédente. Les élèves ont essentiellement utilisé des procédures de calcul par tâtonnement. Deux élèves ont tenté d'utiliser une droite, mais sans résultat probant. Pour expliquer cela, nous pensons qu'intervenait le fait qu'il n'y avait pas de fractions dans l'énoncé et que nous n'avions pas passé suffisamment de temps auparavant sur les schémas proposés et sur ce type de problème.

A la suite de cette dernière séance, nous pouvons donc faire les constats suivants.

- Le réinvestissement de schémas nécessite de travailler longuement sur les outils proposés, afin que l'élève puisse les maîtriser.
- Même si l'outil est maîtrisé, l'élève utilise spontanément le schéma qui correspond le mieux à sa représentation initiale.
- L'aide apportée par l'enseignant en proposant un autre outil que celui qu'ils ont utilisé, peut permettre de trouver le résultat correct, dans la mesure où l'outil proposé est maîtrisé. Mais cette schématisation n'est pas spontanée et nécessite une forte injonction de l'enseignant.

Conclusion

En conclusion de cette expérimentation, nous pouvons apprécier l'apport des outils de schématisation dans le cadre de la résolution de problèmes.

Tout d'abord, nous avons constaté l'utilisation spontanée par l'élève de schémas dans certains cas :

- quand il a besoin de visualiser la situation pour construire sa représentation ; il fait alors un schéma, le plus souvent de type analogique (exemple du problème de la pizza) ;
- quand il a besoin d'un support à son raisonnement ; il schématise alors la situation de départ et la complète au fur et à mesure de sa lecture de l'énoncé (exemple du problème « du plus petit au plus grand »).

Par contre, l'outil schématique n'est pas utilisé spontanément, si l'élève a la capacité de se représenter mentalement la situation ; il fait alors uniquement un raisonnement mental ou un calcul (exemple du problème de la pizza). Si l'élève a immédiatement une représentation précise du problème, il n'a pas recours au schéma, car il n'en voit pas la nécessité.

Nous pouvons également analyser l'apport des schémas proposés par l'enseignant. Ceux-ci peuvent se révéler efficaces, mais encore faut-il que ces outils soient travaillés au préalable et maîtrisés par l'élève. Et même dans ce cas de figure, l'outil n'est pas forcément utilisé, s'il ne correspond pas à la représentation initiale que l'élève se fait du problème. Afin d'aider sans imposer, ce qui nous paraît le principe de base du rôle de l'enseignant dans ce type d'activités, celui-ci doit surtout miser sur la diversité des outils de schématisation proposés. Pour cela, il peut mettre en place des séances spécifiques sur des outils de schématisation de type mathématique ; il peut aussi, lors de ces séances de résolution de problèmes, montrer les différentes procédures de résolution trouvées par les élèves ; cela peut permettre à certains de choisir et de s'approprier une procédure intellectuelle qui leur convient.

Au delà de cette étude, nous voyons bien le rôle primordial que joue la représentation initiale du problème. Proposer des schémas influe peu sur la reconstruction de la représentation du problème ; par contre, cela peut aider à la construction d'une représentation, dans le cas où l'élève a du mal à se représenter le problème (exemple du problème « du plus petit au plus grand ») ; cela peut également aider à l'opérationnalisation, en engageant l'élève dans une procédure de résolution (exemple des problèmes de partage).

En résumé, nous pensons que c'est au travers des différents outils mis à la disposition des élèves, en misant sur leur variété et leur adaptation au public visé, que l'activité de résolution de problèmes pourra s'approcher des objectifs de plus en plus exigeants demandés par la société aux enseignants. En s'appuyant sur la connaissance des processus en jeu lors de cette activité, et en proposant des outils variés, adaptés et personnalisés, l'aide proposée par l'enseignant devrait permettre d'aider chacun à réussir dans cette activité tant redoutée des élèves et pourtant si riche de sens et d'enjeu.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Adam, M. (2000). *Les schémas, un langage transdisciplinaire – Les comprendre, les réussir*. Editions L'Harmattan. Paris

Bacquet, M., Poujol, G., Soulié, M., Decour, C. et Guéritte-Hess, B. (1993). *Le tour du problème.* Editions du Papyrus. Montreuil.

Bouson, S., Hembert, S. et Thibaut, C. (1998). *Le schéma de la sixième à la seconde.* Edité par l'IUFM Nord - Pas de Calais. Villeneuve d'Ascq.

Descaves, A. (1992). *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes.* Hachette Education. Paris : Hachette.

Flemming Damm, R. (1992). *Thèse : Apprentissage des problèmes additifs et compréhension de textes.* Institut de recherche mathématique avancée. Paris.

Gamo, S. (2001). *Résolution de problèmes - Cycle 3.* Bordas pédagogie. Paris : Bordas / VUEF.

Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes. *Grand N* n° 69. Irem de Grenoble

Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques – Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement.* Presses Universitaires de Rennes.

Ministère de l'Education Nationale. (1995). *Programmes de l'école primaire*. Paris : CNDP.

Ministère de l'Education Nationale. (2002). *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ? Les nouveaux programmes.* CNDP/XO Editions.

Vergnaud, G. et al (1997). *Le moniteur de mathématiques. Résolution de problèmes. Fichier pédagogique.* Paris : Nathan.

Manuels :

A nous les maths CM2. (2001) – Editions Sédrap.
J'apprends les maths CE1. (1992). Editions Retz. Diffusion Nathan.
Le nouveau Maths Elém. CM2. (2001). Editions Belin.
Maths CM2. (1996). Nouvelle collection Thévenet. Editions Bordas.
Maths en flèche CE2. (1993). Collection Diagonale. Editions Nathan.
Maths en flèche CM2. (1995). Collection Diagonale. Editions Nathan.
Maths outil CE1. (1991). Editions Magnard.
Maths outil CM2. (1997). Editions Magnard.
Nouvel objectif calcul CE2. (1995). Editions Hatier
Nouvel objectif calcul CM1. (1995). Editions Hatier.
Nouvel objectif calcul CM2. (1996). Editions Hatier.
Quadrillage CM2. (1997). Editions Istra.
Pour comprendre les maths CE1. (2001). Editions Hachette éducation.

Guides pédagogiques :

Livre du Maître Quadrillage CM2. (1997). Editions Istra

ANNEXE 1

Nouvel objectif calcul CE2 (1995) – Editions Hatier - page 30

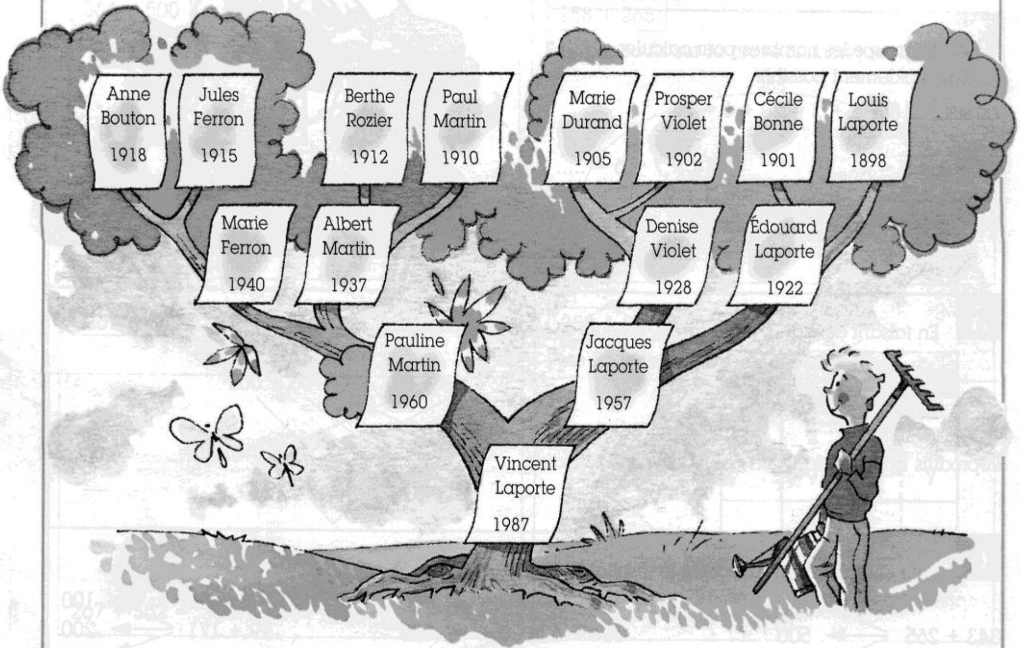
12 Résolution de problèmes : recueillir des informations (1)

Explorer divers documents.

Découverte

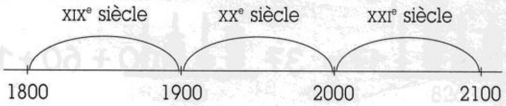
Un drôle d'arbre

L'arbre généalogique de Vincent Laporte indique les noms et les années de naissance de ses ancêtres.



Utilise cet arbre généalogique pour répondre aux questions suivantes.

1. Comment s'appelle le grand-père maternel de Vincent ?
2. Qui est né en 1910 ?
3. Pauline Martin est-elle plus jeune ou plus âgée que Jacques Laporte ?
4. Qui est l'arrière-grand-mère paternelle de Vincent ?
5. Comment s'appelle le mari de Cécile Bonne ?
6. Pourquoi Vincent Laporte et Louis Laporte ont-ils le même nom de famille ?
7. Quel est le prénom de la grand-mère maternelle de Vincent ?
8. Quelle est l'année de naissance de la fille de Vincent Laporte ?
9. Quelles personnes sont nées entre 1920 et 1940 ?
10. Utilise cette représentation du temps pour répondre à la question : Vincent Laporte a-t-il des grands-parents nés au XIXe siècle ?



ANNEXE 2

Maths en flèches CM2 (1995) Collection Diagonale – Editions Nathan – page 116

Résoudre des problèmes : trouver des représentations

Avec les nombres...

Continuer jusqu'à dépasser 1 20,8 $\xrightarrow{d\,2}$ 10,4 $\xrightarrow{d\,2}$ ... $\xrightarrow{d\,2}$ ...

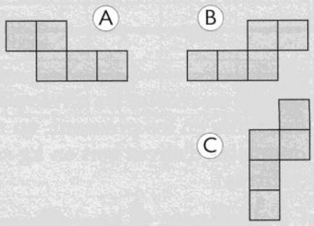
Pour exprimer autrement le problème, tu dois parfois le traduire par un dessin, un schéma, un tableau, etc. où tu inscris certaines données de l'énoncé. Ensuite tu dois utiliser cette nouvelle représentation du problème pour trouver la solution.

1

a Un *pentamino* est un assemblage de cinq carrés. En voici deux exemples :

Recherche et dessine trois autres pentaminos.

b Deux pentaminos sont identiques si on peut les superposer en les faisant glisser ou en les retournant. Les trois pentaminos A, B et C sont identiques.



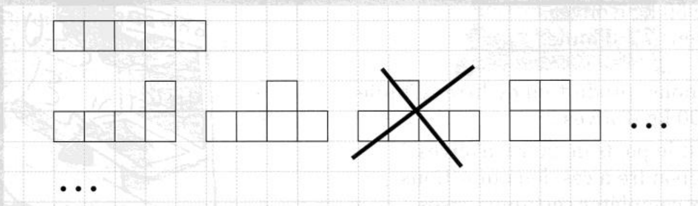
Charly recherche tous les pentaminos différents qu'il peut fabriquer.

• Observe comment il organise sa recherche, puis poursuis son travail :

sur une ligne →

sur deux lignes →

sur trois lignes →



• Combien existe-t-il de pentaminos différents ?

2

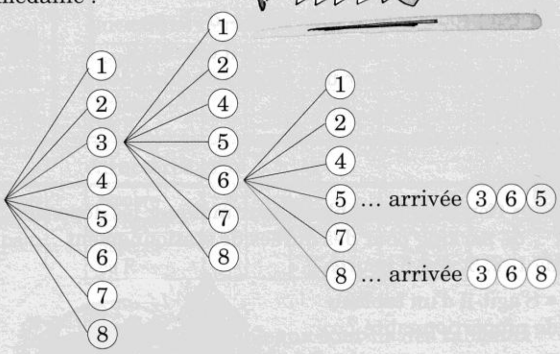
Huit coureurs finalistes se retrouvent pour disputer un « 400 mètres ».
Leurs dossards sont numérotés de 1 à 8.
Seuls les trois premiers gagneront une médaille :

1er → médaille d'or

2e → médaille d'argent

3e → médaille de bronze

Pierre se demande combien il y a de « podiums » possibles. Il a amorcé un arbre afin de représenter toutes les combinaisons gagnantes possibles.



1re place 2e place 3e place

• Explique comment Pierre a procédé.

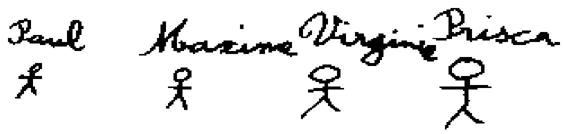
• Calcule le nombre d'arrivées possibles.

ANNEXE 3

<u>Problème 1 :</u>

Prisca, Maxime, Virginie et Paul se sont mesurés.
Paul est plus petit que Virginie et Maxime. Prisca est plus grand que Virginie. Virginie est plus grande que Maxime.
Range ces enfants du plus grand au plus petit

Recherche :



Solution finale :

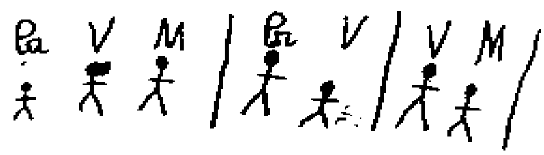
~~Paul, Maxime, Virginie, Prisca~~
Prisca, Virginie, Maxime, Paul

ANNEXE 4

<u>Problème 1 :</u>

Prisca, Maxime, Virginie et Paul se sont mesurés.
Paul est plus petit que Virginie et Maxime. Prisca est plus grand que Virginie. Virginie est plus grande que Maxime.
Range ces enfants du plus grand au plus petit

Recherche :



Solution finale :

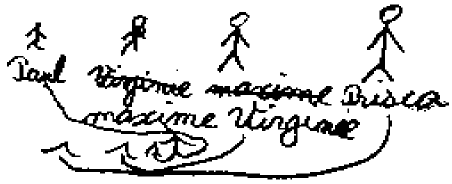
Prisca > Virginie ≥ Maxime > Paul

ANNEXE 5

<u>Problème 1 :</u>

Prisca, Maxime, Virginie et Paul se sont mesurés.
Paul est plus petit que Virginie et Maxime. Prisca est plus grand que Virginie. Virginie est plus grande que Maxime.
Range ces enfants du plus grand au plus petit

Recherche :



Solution finale :

Le plus petit et paul puis maxime, Virginie, Prisca