
**«DES ENFANTS, DES MAINS, DES DOIGTS...,
ET DES LIVRES À COMPTER !»**

Dominique VALENTIN
Equipe de didactique des Mathématiques de l'I.N.R.P.
I.U.F.M. de Versailles, Centre Antony Val de Bièvre

C'est l'«histoire vraie» d'une belle idée qui circule au travers de plusieurs rencontres. C'est l'histoire, minuscule, de ce que l'on peut rêver de mieux pour la Formation, majuscule, c'est-à-dire de ce que deviennent les idées quand elles voyagent et sont captées au passage par des hommes et des femmes de bonne volonté qui savent leur donner une nouvelle vie.

Au départ, il y a Françoise Paletou¹ et les «aventures mathématiques» qu'elle fait vivre à ses CP chaque année. Aventures souvent nées d'un événement saisi au vol, lancé dans le camp des enfants et orienté par la maîtresse vers la construction de nouveaux savoirs et l'usage de ceux qui sont en cours d'acquisition. Elle pourrait en raconter beaucoup de ces aventures qui ont passionné ces enfants de 6 ans sur plusieurs semaines, mais aujourd'hui nous n'en évoquerons qu'une, celle qui commence par une proposition, en apparence bien innocente, d'un certain petit Aurélien : «et si on comptait les doigts de toute l'école ?». Voilà bien une idée farfelue qu'il serait peut-être préférable de ne pas entendre, surtout quand elle débarque à l'improviste, un jour du mois de février dans un CP... Comment ces enfants pourraient-ils, avec leurs connaissances numériques du moment, trouver une solution à un tel problème ? Ils la trouveront..., foi de Françoise ! Et l'aventure commence, orchestrée et soutenue par la maîtresse, se poursuivant jusqu'en mai, et gardant tout son intérêt malgré de nombreuses interruptions. Que d'apprentissages ! On est bien loin du travail au pas à pas sur des «petits nombres» appris les uns à la suite des autres...

¹ Françoise Paletou, «Tous les doigts de l'école», Le Journal des Instituteurs n° 9, Mai-Juin 1987, Ed. Nathan ; Françoise Paletou est maître formateur à l'école Jules Ferry de Meudon, 92.

Cette idée-là est trop belle pour rester la seule propriété de Françoise ! Il faut la propager... D'abord, Françoise raconte «son» histoire, puis, à notre demande², elle la publie (cf. cité).

Et c'est là que commence la Formation. Comment faire pour que les instituteurs, les professeurs d'école, aient le désir de se lancer dans de telles aventures ? Peut-être faut-il déjà leur en proposer quelques unes, leur donner envie de les essayer avec leurs élèves en ayant d'abord le «filet» de l'expérience de leur auteur, pour enfin oser se lancer seul sur des propositions nouvelles, propres à sa classe.

C'est donc ce que nous avons tenté de faire lors d'un stage de formation continue qui réunissait au Centre d'Antony Val de Bièvre de l'I.U.F.M. de Versailles, des maîtres des cycles 1 et 2 venus en équipes d'école pour travailler les apprentissages à l'articulation de ces deux cycles.

Le problème «Les doigts de l'école» n'est pas présenté comme un modèle mais plutôt comme une piste. Il est analysé, décortiqué, on essaie de pointer les objectifs d'apprentissage possibles, les difficultés que vont rencontrer les enfants, les variables sur lesquelles on peut jouer, les outils que l'on pourra mettre à la disposition des élèves, les différentes mises en œuvre possibles, etc. On en profite pour travailler les idées de «procédures personnelles», de situation d'apprentissage, de problème ouvert, etc.

Prendra, prendra pas ? Nul ne le sait... Mais un stage d'école, qui réunit donc des maîtres d'une même école enseignant aux mêmes niveaux, est un lieu porteur. On ne repart pas tout seul avec les «belles idées impraticables des formateurs» ! On repart fort du désir d'une équipe d'essayer ensemble, même si on prend quelques risques. Et on revient, quelques mois plus tard, pour une semaine dite «de retour», où on a le plaisir d'échanger ses différents essais, d'évoquer les difficultés rencontrées, les réussites, les enthousiasmes nouveaux.

La deuxième idée est celle de l'utilisation et de la fabrication de livres à compter, de la PS au CE₁ ! Là encore, l'idée est nourrie de bibliographies³, de la consultation de ces petits trésors, d'un travail par niveau pour préparer les activités de l'inter-stage et introduire les livres à compter dans les classes.

Au retour, c'est la surprise ! Non seulement ces idées ont fait leur chemin et donné lieu à de nombreuses situations intéressantes, mais une équipe de quatre collègues d'une ZEP a construit une situation à partir du mélange des deux idées précédentes : le travail sur les doigts aboutit, dans chaque classe, à la fabrication d'un grand livre⁴ à compter (un peu spécial, il est vrai !) : «Les doigts des CP». Ces quatre grands livres, sont superbes⁵ ! Cartonnés, très colorés, ils sont la fierté des enfants. Rien que pour ce côté artistique de la réalisation, ils valent le temps nécessaire à leur fabrication. Mais il y a évidemment beaucoup plus, sur le plan mathématique. Si

² L'article de Françoise Paletou fait partie d'un dossier sur les apprentissages numériques chez les 5-8 ans rédigé par l'équipe Math de l'I.N.R.P.

³ Voir ERMEL GS ou Dominique Valentin: «Livres à compter», Grand N n° 52.

⁴ Format des Maxi-livres du commerce.

⁵ Les photos de ces livres (article et encart) ont été réalisées par Michelle Levais, CAV de Suresnes, 92.

les maîtres de cette ZEP n'ont pas voulu, comme l'avait fait Françoise Paletou, se lancer dans la recherche du nombre de doigts de toute l'école... recherche qui leur a semblé trop lourde à traiter pour leurs classes, il est clair que le travail portant sur l'ensemble des 103 élèves de CP de leur école est une appropriation et une adaptation «réalistes» de l'idée d'Aurélien reprise par Françoise Paletou.

Voici donc la trame de l'activité, ainsi que quelques commentaires didactiques (en italiques).

**«DES ENFANTS, DES MAINS, DES DOIGTS...,
ET DES LIVRES A COMPTER»**

Myriam BESANÇON, Nadine HAMON,
Gisèle MAIRE, Nathalie PERSYN
Z.E.P. La Plaine, CLAMART, 92

Première séance : où l'on part de sa propre classe

«Comment pourrait-on faire pour compter les doigts de tous les CP ?»

Etape 1 : On commence par notre classe.

Propositions des élèves :

- on compte chaque doigt : un élève commence et compte ses doigts de 1 en 1, le suivant reprend à 11, l'autre à 21 et on arrive, par ce comptage de 1 en 1 (et avec l'aide de la maîtresse à certains passage de dizaines), à 210 doigts. Les enfants disent que c'est long !

- on compte de dix en dix. C'est plus rapide (quand on connaît la comptine de dix en dix, ce qui a donné lieu à divers entraînements avant le lancement de la situation) et on constate qu'on arrive au même résultat !

Les enfants en doutaient-ils ? Cette première prise de conscience montre, une fois de plus, l'importance de la prise en compte par les maîtres des différentes procédures permettant de résoudre un même problème.

Etape 2 : Et les autres CP ?

Les enfants proposent d'aller dans chaque classe pour compter de la même manière. La maîtresse refuse : on ne peut pas les déranger aussi longtemps pour compter tous les doigts. Alors on va leur demander simplement combien ils sont !

Un enfant part dans chaque classe chercher l'information.

Les nombres d'élèves sont alors inscrits au tableau :

CP1	CP2	CP3	CP4
21	22	21	20

On voit, une fois de plus ici, combien l'absence ou la distance, est une variable didactique fondamentale dans ces premières situations qui donnent du sens aux nombres et amènent les élèves à faire évoluer leurs procédures : dans notre classe, où les élèves sont présents, on a pu compter les doigts, de 1 en 1 ou de 10 en 10, pour les autres classes, puisque nous ne disposons que du nombre des élèves, il va falloir calculer !

Deuxième séance : comment traiter ces informations ?

Comment faire, à partir de ces informations ?

Quelques constats :

- il y a une classe qui a le même nombre d'élèves que nous, alors il y a le même nombre de doigts !

- mais les autres ? il n'y aura pas le même nombre de doigts... Mais encore ?

Travail par groupes avec calculette : certains groupes se contentent de calculer le nombre total d'élèves mais ne savent pas comment obtenir le nombre de doigts.

A ce moment de la recherche, certains enfants n'ont toujours pas réalisé comment ils peuvent utiliser le lien qui existe entre un enfant et le nombre de ses doigts : les comptages précédents ont permis une résolution «en actes» qui ne peut encore déboucher sur une procédure mentale efficace et généralisable.

Troisième séance : un enfant, combien de doigts ?

Mise en commun des travaux de groupes :

- pour la classe qui a 1 enfant de plus que la nôtre, on fait 1 de plus ! Mais que signifie ce «1 de plus» ?

1 de plus, c'est 1 enfant de plus et non pas 1 doigt de plus !

Il faut revenir sur les constats initiaux :

1 enfant, c'est 10 doigts,
1 enfant de plus, c'est 10 doigts de plus.

- pour un autre groupe, une fois que l'on a calculé le nombre d'enfants dans tous les CP, il faut compter de 10 en 10, cent trois fois ! Mais cela reste bien ardu et la calculette ne sert pas à grand chose ;

- pour d'autres enfin, le lien entre un enfant, son nombre de mains et le nombre de ses doigts commence à prendre «corps» : les idées de double et de «dix fois plus», d'abord implicites, méritent d'être clairement mises en évidence.

La maîtresse propose alors de construire un nouveau tableau :

classe	élèves	mains	doigts
CP1	21	42	210
CP2	22		
CP3	21		
CP4	20		

Ce tableau permet d'observer les nombres en jeu et, en particulier, les liens entre le nombre d'élèves d'une classe et le nombre de doigts correspondants. Mais la fameuse «règle des zéros» (qui ne sera travaillée qu'au CE₁) n'apparaît encore qu'à quelques enfants !

Eh oui ! la calculette ne sait pas «compter» ! On voit ici l'importance de la rupture entre comptages et calculs : on ne passe pas des uns aux autres «en douceur». D'autre part, le traitement des nombres d'élèves de chaque classe, 20, 21 ou 22, n'a pas permis à tous les enfants de construire une procédure de calcul permettant d'obtenir le nombre de doigts, ce que pourra faire la fabrication plus progressive du livre. On voit, dans cette activité, la possibilité pour de très jeunes enfants d'entrer de façon progressive dans des situations complexes et de chercher une solution sans disposer de procédures expertes (ici les procédures utilisées relèvent de raisonnements, liés à la linéarité, qui restent en partie implicites). Ceci ne peut se faire qu'à la condition impérative de ne pas perdre le sens de la situation : ce qui s'exprime ici par : «un enfant de plus ce n'est pas un doigt de plus !»

Quatrième séance (et quelques autres...) : fabrication du livre

La maîtresse propose alors la fabrication d'un livre qui permettra de bien voir les liens entre les diverses grandeurs en jeu : élèves, mains et doigts.

Chaque page du livre sera construite avec la même structure :

3 élèves	4 élèves
... mains	... mains
... doigts	... doigts

La classe est partagée en petits groupes, chaque groupe étant chargé de la réalisation d'une double page du livre.

L'activité est organisée en deux étapes :

Etape 1 : recherche du nombre de mains et du nombre de doigts pour un nombre d'élèves donné :

1 élève	2 élèves
2 mains	4 mains
10 doigts	20 doigts

3 élèves	4 élèves
6 mains	8 mains
30 doigts	40 doigts

5 élèves	10 élèves
10 mains	20 mains
50 doigts	100 doigts

20 élèves	30 élèves
40 mains	60 mains
200 doigts	300 doigts

40 élèves	50 élèves
80 mains	100 mains
400 doigts	500 doigts

100 élèves	103 élèves
200 mains	206 mains
1000 doigts	1030 doigts

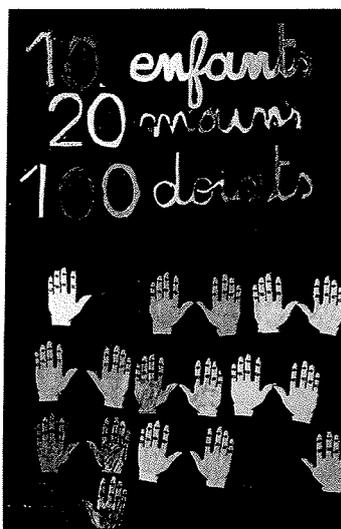
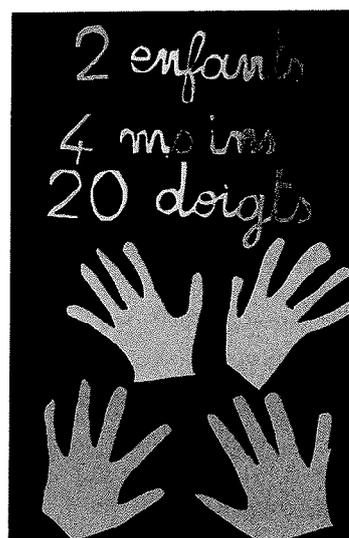
Dans chacune des classes, une page supplémentaire présente le nombre d'élèves de «notre» classe : 21 ou 22 élèves.

Etape 2 : réalisation concrète de la page.

On se met d'accord sur une présentation commune : après avoir écrit le nombre d'élèves, de mains et de doigts, on représente les mains, groupées par deux (ou par enfant), ce qui met en évidence les dix doigts.

Différents matériaux sont proposés au fur et à mesure par les maîtresses :

- grandes feuilles de papier à dessin de couleur ;
- pour les tous premiers nombres, les enfants utilisent leurs propres mains comme gabarits ;
- puis ils découpent des mains représentées sur des feuilles photocopées, mains qui doivent être de plus en plus petites pour tenir en grand nombre sur une même page.



Cette organisation permet de donner aux différents groupes des pages compatibles avec leur niveau de compétences : les enfants qui n'ont pas encore «vu» les effets de la règle des zéros sur le tableau issu de la mise en commun précédente (et le fait que la colonne «mains» se situe entre les colonnes «élèves» et «doigts», ne facilite pas cette mise en évidence) se voient confier des nombres leur permettant d'utiliser encore un comptage, de dix en dix tandis que les autres peuvent réinvestir les procédures élaborées dans la troisième séance pour le calcul concernant un nouveau nombre d'élèves.

Au cours de cette réalisation, chaque page achevée est affichée et observée de manière à mettre en évidence les deux relations numériques :

- le nombre de mains est le **double** du nombre d'élèves ; (ce qui est compté ou calculé comme une addition de deux nombres identiques)

- le nombre de doigts, c'est **dix fois** le nombre d'élèves et ce nombre s'obtient très facilement ; c'est la règle des zéros !

Cette «règle» n'a pas alors le statut qu'elle acquerra par la suite lors de la construction des procédures multiplicatives. Elle est seulement le fruit d'observations et de constats et restera un «simple truc» (bien pratique...), si un important travail sur la numération ne se fait pas en parallèle.



